دانشگاه فرهنگیان
فصلنامه پویش در آموزش علوم پایه
دوره ششم، شماره ۱۹، تابستان ۱۳۹۹

Farhangian University
Quarterly Journal of Education in Basic Sciences
Volume ۶, Issue ۱۹, Summer, ۲۰۲۰

درآمدی بر ضرورت آموزش" ریاضی فازی" به دانشجومعلمان دانشگاه فرهنگیان و معلمان ابتدایی

شیوا مفاخری[1]

دریافت: ۹۹/۴/۲۸ پذیرش: ۹۹/۵/۲۰

چکیده

عوامل موثردر وضعیت های آموزشی با درجه ای از فازی بودن یا عدم قطعیت (به عنوان مثال یادگیری، مدل سازی ریاضی و حل مسایل) پدیدار می شوند. در واقع، ادراک دانش آموز از جنبه های عمومی بهره می برد که به تدریج رشد نموده و لذا فازی هستند. از سوی دیگر، از نقطه نظر معلم، آن ها معمولا ابهام های موجود درباره درجه موفقیت دانش آموز در هر یک از مراحل وضعیت آموزشی متناظر هستند. همه این ها به ما ضرورت معرفی اصول منطق فازی و نظریه عدم قطعیت را در تلاش برای توصیف راه های موثرتر در فرآیند چنین وضعیت های کلاسی را گوشزد می کند. بنابراین، هدف ما در این مقاله، ساختن یک مدل فازی کلی است که بتواند در هر مرحله خاص برای نمایش فرآیند وضعیت آموزشی متناظر سازگاری داشته باشد. مفهوم عدم قطعیت بصورت طبیعی در چارچوب وسیعی از نظریه مجموعه های فازی ظاهر می شود،که با وضعیت های آموزشی سروکار داریم، بویژه زمانی که با مسایل دنیای واقعی مواجه می شویم. عدم قطعیت نتیجه پاره ای معایب اطلاعاتی است. در واقع، اطلاعات مربوط به مدل در یک وضعیت واقعی ممکن است بصورت ناقص، نامنظم، غیرقابل اتکا، مبهم، متناقض یا معیوب مفهومی سازی شود. بنابراین میزان اطلاعات حاصل از یک عملکرد می تواند در کل با کاهش نتایج عدم قطعیت ناشی از عملکرد، اندازه گیری شود. به عبارت دیگر، میزان عدم قطعیت با در نظر گرفتن شرایط نشان دهنده میزان کل اطلاعات بالقوه در این وضعیت است.

واژگان کلیدی: آموزش ریاضی، مدل سازی ریاضی، نظریه فازی.

[1]. مدرس گروه علوم پایه دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، sh.mafakher@gmail.com.

مقدمه

درسند برنامه درسی ملی (۱۳۹۱) بااشاره به اهمیت ریاضیات دربرنامه آموزش مدرسه ایی بیان می دارد:

> " یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی وقتی رخ می دهد که دانش آموزان خودشان در طی حل یک مسئله قابل توجه به آن مفاهیم رسیده باشند و خودشان آن مفاهیم را ساخته باشند. این عمل مشابه یک پژوهش در ریاضی است. بنابراین، در فرایند یاددهی ــ یادگیری ریاضی، دانش آموزان یاد می گیرند که چگونه مفاهیم جدید رخ می دهد، چگونه باید آنها را نامگذاری کرد و چگونه می توان با آنها کار کرد و آنها را تعمیم داد."

در سیستم آموزشی نظام جدید(۶-۳-۳) در مقطع ابتدایی سنجش به شیوه کیفی انجام می گیرد. لزوم بررسی آماری نتایج وانطباق با داده های آماری، نیاز به شیوه ایی برای تطبیق نتایج کیفی به کمی را آشکار می سازد. آموزش پایه ایی از شیوه های مدل سازی ریاضی-فازی به دانشجویان آموزش ابتدایی در دانشگاه فرهنگیان را مطرح خواهد کرد.

در سیتم آموزش غالبا با پدیده هایی روبرو می شویم که پیچیده اند واین پیچیدگی ناشی از وجود ابهام وعدم قطعیت در داده ها واطلاعات ما از این سیستم است. مغز انسان به فکرکردن وتصمیم گیری در چنین محیطی عادت دارد واین قابلیت مغز است که با استفاده از داده های کیفی وغیردقیق و مبهم به یادگیری و تصمیم سازی می گیرد، درمقابل ریاضیات و آمار ومنطق کلاسیک نیاز به داده های دقیق برای محاسبه و نتیجه گیری دارند (دوئر[۱]،۲۰۰۷).

از مشکلات عمده سیتم هایی مانند سیستم آموزشی، غیرواقعی بودن" فرض قطعی بودن" داده ها و عدم دقت در بیان داده ها(خوب،بد،متوسط...) در جایگاه داده های کیفی است.

۱-عدم قطعیت ناشی از پیچیدگی سیستم یاددهی-یادگیری و عدم آگاهی از نحوه عملکرد فرآیند سیستم مانند پیچیدگی در بیان مطلب یا طرح سوال مناسب از یادگیری دانش آموزان (فری[۲]،۲۰۰۷).

۲-عدم قطعیت ناشی از وجود ابهام در داده های خروجی سیتم به دلایل:

- ابهام ناشی از اندازه گیری غیردقیق، مثلا آزمون غیراستاندارد بعنوان یک ابزار اندازه گیری میتواند باعث ایجادعدم قطعیت در نتایج باشد.
- ابهام ناشی از ناقص وناکافی بودن اطلاعات،یک سنجش ناقص یا تکمیل نشدن روال آموزشی
- ابهام ناشی از داده های قضاوتی، دخیل بودن نظر شخصی آموزگار میتواند یک داده قضاوتی باشد.
- ابهام ناشی از کمبود دانش، مانند عدم آگاهی از شکلگیری درست مطلب در ذهن دانش آموز.
- ابهام ناشی از عدم وجود یا امکان تعیین مرز شفاف وصریح در تعریف یک موضوع، مرزبندی دقیق میان المان های متفاوت یک سنجش تصیفی برای آموزگار.
- ابهام ناشی از توصیف های چندگانه وگنگ، هنگامی که اشکالات یا اشتباهات دانش آموز میتواند حالتها یا معناهای متفاوتی داشته باشد.
- ابهام ناشی از تصادفی شانسی بودن، مانند هر پدیده ایی دیگر جنبه تصادفی بودن می تواند در سیستم ارزش دهی موثرباشد (ترابی و توفیقی،۱۳۹۴).

کاربردهای مدل فازی در فرآیند یادگیری

مفهوم یادگیری در مطالعه عملکرد شناختی انسان بسیار بنیادی است؛ در حالی که هر کسی در کل می داند یادگیری چیست، درک ماهیت آن بسیار پیچیده است. این اساسا به این دلیل رخ می دهد که درک چگونگی کارکرد ذهن انسان و لذا توصیف

[۱] . Doer
[۲] . Ferri

مکانیسم دستیابی به آگاهی توسط افراد دشوار است. این مساله با به حساب آوردن این واقعیت که این مکانیسم ها هرچند ظاهرا شناخته شده هستند، در عمل از فردی به دیگری تغییر می کنند، دشوارتر هم می شود (سیف،۱۳۹۳).

در طول ۴ دهه اخیر، آموزش ریاضی جنبه های فلسفی و معرفت شناختی مرتبط با یادگیری ریاضیات را بررسی نموده است. تصور رایج درباره ریاضیات در جملات مرتکب خطا شدن ، در نظر گرفتن یادگیری به عنوان یک فرآیند ساختاری ، تعیین آگاهی و یادگیری نسبت به ارتباطات عملیاتی و مباحث قیاسی سازنده و نظریه های یادگیری اجتماعی فرهنگی آمده است. ملاحظات نظری مانند ماهیت آگاهی ریاضی، به معنای آگاهی از ریاضیات و رسیدن به آن، چگونگی درک ریاضیات در تعاریف اجتماعی تر است، که بصورت عمیق تری باید بررسی شود. اصول آموزش ریاضی در چنین ملاحظات نظری به بلوغ رسیده است.

وسکلو[1] (۲۰۰۹) یک بحث ایجاد شده توسط فرگوسن و دیگران را تطبیق می دهد که یادگیری یک حالت خاص از کلاس کلی انتقال آگاهی و لذا هر نمونه یادگیری مرتبط با استفاده از دانش فعلی است. بر همین اساس، یادگیری اساسا شامل مسایل متوالی است، فعالیت های حل مسایل، که در آن اطلاعات ورودی نماینده آگاهی موجود هستند، با راه حل هایی که زمانی رخ می دهند که ورودی بصورت مناسبی تعبیر می شود. این فرآیند با این مراحل سروکار دارد: نمایش داده های ورودی، تعبیر این داده ها برای تولید آگاهی های جدید، تعمیم آگاهی جدید برای انواع وضعیت ها و دسته بندی آگاهی تعمیم یافته.

نمایش ورودی محرک متکی بر توانایی فردی برای استفاده از محتوای حافظه افراد برای یافتن اطلاعاتی است که یک توسعه جواب را تسهیل می نمایند. یادگیری شامل توسعه یک تعدادی مناسب از تعبیر و تفسیرها و تعمیم آن ها به انواع موقعیت هاست. زمانی که آگاهی به حد قابل توجهی برسد، اکثریت فرآیندها با دسته بندی سروکار دارند، یعنی اطلاعات ورودی برحسب دسته های آگاهی موجود تعبیر می شوند. پس افراد قادر به مرتبط سازی اطلاعات جدید با ساختار آگاهی خود هستند که به عنوان طرح ها، یا قالب ها و چارچوب های گوناگون تلقی می شود (هاینس وکروچ[2]،۲۰۱۰).

مدل کلی

اگر گروهی از n دانش آموز $n \geq ۲$ را در کلاس درس در نظر بگیریم. $S_i = ۱ ، ۲ ، ۳$ مراحل اصلی فرآیند وضعیت آموزشی را نشان می دهد که می خواهیم نمایش دهیم و a ,b ,c ,d ,e برچسب های زبان شناسی موفقیت {نیاز به تلاش بیشتر ، قابل قبول، خوب، بسیارخوب، عالی} یک دانش آموز در هر مرحله S_i ها هستند.

با فرض مجموعه $U = \{e, d, c, b, a\}$ ، می خواهیم به هر مرحله S_i یک مجموعه فازی A_i را از U نسبت دهیم. برای این کار، اگر n_{ia} و n_{ib} و n_{ic} و n_{id} و n_{ie} نشان دهنده تعداد دانش آموزانی باشند که با موفقیت های {نیاز به تلاش بیشتر ، قابل قبول، خوب، بسیارخوب، عالی} در مرحله S_i برای i=۱،۲،۳ مواجه می شوند، ما تابع عضویت m_{Ai} را برای هر x در U به این صورت تعریف می نماییم:

$$m_{Ai}(\mathrm{x}) = \begin{cases} ۱ & if \quad \frac{۴n}{۵} \leq n_{ix} \leq n \\ ۰.۷۵ & if \quad \frac{۳n}{۵} \leq n_{ix} \leq \frac{۴n}{۵} \\ ۰.۵ & if \quad \frac{۲n}{۵} \leq n_{ix} \leq \frac{۳n}{۵} \\ ۰.۲۵ & if \quad \frac{n}{۵} \leq n_{ix} \leq \frac{۲n}{۵} \\ ۰ & if \quad ۰ \leq n_{ix} \leq \frac{n}{۵} \end{cases}$$

سپس زیرمجموعه فازی A_i از U متناظر با S_i به شکل $i = ۱ ، ۲ ، ۳$ ، $A_i = \{(\mathrm{x}، m_{Ai}(\mathrm{x}))\, ؛ \mathrm{x} \in U\}$ است، برای نمایش همه پروفایل های دانش آموزی ممکن (در کل مراحل) در طول فرآیند متناظر، یک رابطه فازی R را در $U^۳$ به شکل

[1] . Voskoglou
[2] . Haines & Crouch

$R= \{(s,\ m_R(s)):\ s=(x,\ y\ ,z) \in U^3\}.$ در نظر می گیریم. فرض می کنیم که مراحل فرآیند وضعیت آموزشی متناظر به یکدیگر وابسته باشند. این بدان معناست که درجه موفقیت یک دانش آموز در یک مرحله مشخص به درجه موفقیت وی در مراحل قبلی وابسته است، این اتفاقی است که در عمل می افتد. تحت این فرضیه و برای تعیین صحیح تابع عضویت m_R به تعریف زیر می رسیم. پس در هر آزمون نتایج را می توان شهودی کرد ودر نهایت کل نتایج هر دانش آموز در یک n تایی مرتب(n تعدادسنجشها در هردرس)بیان کرد.

در مسیر توسعه مدل فازی برای فرآیند یادگیری، گروهی از n دانش آموز را با $n \geq ۲$ در طول فرآیند یادگیری یک موضوع مشخص در کلاس درس در نظر گرفته و مراحل، تعمیم و دسته بندی مدل وسو را با $S_i = ۱ ، ۲ ، ۳$ نمایش می دهیم. برای هر S_i، ما زیر مجموعه A_i از U با تعریف تابع عضویت m_{Ai} برحسب فراوانی ها یعنی به صورت:

$\boldsymbol{m_{Ai}}(\mathbf{x}) = \frac{n_{ix}}{n}$ برای هر x در U معرفی می نماییم. می توانیم بنویسیم :

$$A = \left\{\left(x, \frac{n_{ix}}{n}\right) \,\middle|\, x \in U\right\}$$

توسعه مدل فازی ما برای یادگیری خطوط کلی نشان داده شده در بخش قبلی را دنبال می نماید. توجه داشته باشید که به روشی مشابه با بالا، می توانیم مرحله نمایش مدل وسوی زیر مجموعه فازی U را نیز اضافه نماییم. با این حال این کار از نظر فنی نمایش مدل فازی ما بصورت پیچیده تر است، که چندان مهم نیست، چون نمایش اگر چه شایسته توجهات بیشتر است، واقعا یک مرحله معرفی فرآیند یادگیری است. دستکاری بالا یک حالت ساده سازی برای سیستم واقعی به منظور انتقال آن به سیستم واقعی فرض شده است. این روش استاندارد اعمال شده در طول فرآیند مدل سازی مسایل دنیای واقعی است، که به ما اجازه می دهد تا فرمول بندی مسایل را در شکل فعلی برای ریاضی ورزی در اختیار داشته باشیم. در کل، یادگیری یک فرآیند کاملا پیچیده است که تنها در کلاس درس رخ نمی دهد، بلکه بین کلاس ها، پس از مدرسه یا حتی در لحظات غیر منتظره ای (نظیر در حالت خواب) بوقوع می پیوندد. بنابراین، جدای از ساده سازی، قراردادن پاره ای محدودیت ها برای رسیدن به توصیف ریاضی فرآیند یادگیری چندان دور از انتظار نیست. محدودیت پایه ای در حالت ما این است که تنها کلاس درس و نه فرآیند یادگیری فردی کلی را در نظر بگیریم. تحت این محدودیت، باید بخاطر داشته باشیم که، همان گونه که بکرات اتفاق می افتد، یک یاد گیرنده قادر به گذراندن موفق همه مراحل فرآیند یادگیری در کلاس درس نیست. مرحله دسته بندی برای مثال، می تواند در خارج کلاس یا در کلاس بعدی رخ دهد، اما برای بازه زمانی مشخص مطالعه ما، این به عنوان شکست دانش آموز در رسیدن به دسته بندی تلقی می شود.

میزان اطلاعات حاصل از یک عمل می تواند با کاهش عدم قطعیت ناشی از عمل، بدست آید. بر همین اساس، عدم قطعیت دانش آموزان در طول فرآیند وضعیت آموزشی متناظر مرتبط با ظرفیت دانش آموزی در اطلاعات مرتبط حاصل است. بنابراین، یک معیار عدم قطعیت می تواند به عنوان معیار ظرفیت دانش آموزان تطبیق داده شود. در دامنه نظریه احتمال، عدم قطعیت شامل کشمکش (یا اختلاف) است، که تعارض بین مجموعه های گوناگون جایگزین ها و غیر اختصاصی بودن (عدم دقت) را نشان می دهد که بیانگر این است که پاره ای جایگزین ها نامشخص باقی می مانند، یعنی تعارضی را بین اندازه ها (عدد اصلی) مجموعه های گوناگون جایگزین ها بیان می نمایند (آجلو،۲۰۰۱).

در نهایت فرض کنید که بخواهیم نتایج ترکیبی رفتار k گروه دانش آموزی متفاوت با $k \geq 2$ را در طول فرآیندی مشابه، مطالعه نماییم. برای این کار، ما متغیرهای فازی $A_۱(t)$ ، $A_۲(t)$ ... و $A_k(t)$ را با $i=۱،۲,...,k$ معرفی می نماییم. این مقادیر متغیرها نشان دهنده زیرمجموعه های فازی U متناظر با مراحل فرآیند برای هر k گروه دانش آموزی است؛

به عنوان مثال $A_۱(۲)$ نشان دهنده زیرمجموعه فازی U متناظر با مرحله طراحی برای گروه دوم (t=۲) است. این شاهدی است برای اندازه گیری درجه شهود نتایج ترکیبی k گروه، که برای تعریف امکان r(s) از هر پروفایل دانش آموزی s نسبت به درجات عضویت s برای همه گروه های دانش آموزی، ضروری است.

کاربردهای کلاس درس

در نخستین نمونه موضوع ۵ دانش آموز مدرسه ای (مثال اول) و ابزار اصلی لیستی از ۱۰ مساله که به دانش آموزان برای حل داده شده است (زمان پاسخگویی ۴۵دقیقه است).

قبل از آغاز آزمایش، دستورالعمل صحیح به دانش آموزان داده شده تا همگی از شانسی برابر برای موفقیت برخوردار باشند.

تعیین عملکرد دانش آموزان در هر مرحله از فرآیند حل مساله با این موارد سروکار دارد:

نیاز به تلاش بیشتر: اگر آن ها به نتایج مثبت برای کمتر از دو مساله در مرحله ای خاص برسند.

قابل قبول: اگر آن ها به نتایج مثبت برای ۲، ۳ یا ۴ مساله برسند.

خوب : اگر آن ها به نتایج مثبت برای ۵، ۶ یا ۷ مساله برسند.

بسیارخوب: اگر آن ها به نتایج مثبت برای ۸ یا ۹ مساله برسند

عالی: اگر آن ها به نتایج مثبت برای همه مسایل برسند.

جدول۱. طبیق نتیجه کیفی باعدد فازی

نام دانش آموز (x)	سنجش توصیفی در درس ریاضی	m_{Ai}(x)
بردیا	عالی	۱
پارسا	قابل قبول	۰ / ۲۵
امیرعلی	خوب	۰ /۵
سیروان	نیازبه تلاش بیشتر	۰
پرهام	بسیارخوب	۰ /۷۵

جدول۲. آزمون چندسوالی

A_1	A_2	A_3	$m_s(1)$	$r_s(1)$	$m_s(2)$	$r_s(2)$	$f(s)$	$r(s)$
b	b	b	0	0	0.016	0.258	0.016	0.129
b	b	a	0	0	0.016	0.258	0.016	0.129
b	a	a	0	0	0.016	0.258	0.016	0.129
c	c	c	0.062	1	0.062	1	0.124	1
c	c	a	0.062	1	0.062	1	0.124	1
c	c	b	0	0	0.031	0.5	0.031	0.25
c	a	a	0	0	0,031	0.5	0.031	0.25
c	b	a	0	0	0.031	0.5	0.031	0.25
c	b	b	0	0	0.031	0.5	0.031	0.25
d	d	a	0.016	0.258	0	0	0.016	0.129
d	d	b	0.016	0.258	0	0	0.016	0.129
d	d	c	0.016	0.258	0	0	0.016	0.129
d	a	a	0	0	0.016	0.258	0.016	0.129
d	b	a	0	0	0.016	0.258	0.016	0.129
d	b	b	0	0	0.016	0.258	0.016	0.129
d	c	a	0.031	0.5	0.031	0.5	0.062	0.5
d	c	b	0.031	0.5	0.031	0.5	0.062	0.5
d	c	c	0.031	0.5	0.031	0.5	0.062	0.5
e	c	a	0.031	0.5	0	0	0.031	0.25
e	c	b	0.031	0.5	0	0	0.031	0.25
e	c	c	0.031	0.5	0	0	0.031	0.25
e	d	a	0.016	0.258	0	0	0.016	0.129
e	d	b	0.016	0.258	0	0	0.016	0.129
e	d	c	0.016	0.258	0	0	0.016	0.129

آزمون برگه های دانش آموزان نشان داد که ۱۵، ۱۲ و ۸ بترتیب دارای سطوح موفقیت متوسط، بالا و کامل در مرحله برنامه ریزی هستند. بنابراین ما $n_{1d}=12$، $n_{1c}=15$، $n_{1a}=n_{1b}=0$ و $n_{1e}=8$ را بدست آورده ایم.

با تعریف $\boldsymbol{m_{Ai}}(\mathrm{x})$ برنامه ریزی متناظر با زیرمجموعه فازی U به شکل $A_1=\{(a,0),(b,0),(c,0.5),(d,0.25),(e,0.25)\}$ است، به همین ترتیب، مراحل اجرا و کنترل بصورت مجموعه های فازی در U بصورت $A_2=\{(a,0),(b,0),(c,0.5),(d,0.25),(e,0)\}$ و $A_3=\{(a,0.25),(b,0.25),(c,0.25),(d,0),(e,0)\}$ هستند.

با استفاده از درجات عضویت 5^3 را (نمونه های مرتب شده با جایگذاری ۳ شی از ۵ شی) در کل پروفایل های دانش آموزی ممکن (ستون $m_s(1)$ را در جدول ۲ ببینید) محاسبه می نماییم. برا مثال، برای $S=(c,c,a)$ داریم

$$m_S = m_{A_1}(c)\,.\,m_{A_2}(c)\,.\,m_{A_3}(a) = (0.5).(0.5).(0.25) = 0.06225$$

که در آن داریم (c,c,a) یکی از پروفایل های درجه عضویت بیشینه است و لذا امکان هر s در U^3 بصورت $r_S = \frac{m_S}{0.06225}$ است. با محاسبه امکان های همه پروفایل ها (ستون $r_s(1)$ را در جدول ۲ ببینید) در می یابیم که توزیع امکان ترتیبی برای گروه دانش آموزان بصورت:

$$r_1 = r_2 = 1\,،\; r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = r_7 = r_8 = 0.5$$

$$r_9 = r_{10} = r_{11} = r_{12} = r_{13} = r_{14} = 0.258$$

$$r_{15} = r_{16} = \cdots = r_{125} = 0$$

است. با بررسی درجات عضویت همه پروفایل های گروه دانش آموزی را بدست آوردیم (ستون $m_s(2)$ در جدول ۲ را ببینید). درجه عضویت بیشینه دوباره ۰/۰۶۲۲۵ است، بنابراین امکان هر s با فرمولی مشابه با نخستین گروه بدست می آید.

سپس، برای مطالعه نتایج ترکیبی رفتارهای دو گروه، متغیرهای فازی بالاترین شبه فراوانی ۰/۱۲۴ است، و لذا امکان هر پروفایل دانش آموزی بصورت $r(S) = \frac{f(S)}{0.124}$ است. امکان های همه پروفایل ها دارای شبه فراوانی ناصفر در ستون آخر در جدول ۲ آمده است.

بحث و نتیجه گیری

با استناد به سندهای بالادستی آموزش وپرورش ونظام جدید سنجش(کیفی) در مدارس، ضرورت به کارگیری شیوه های فازی برای تبدیل داده های کیفی به داده های قابل بررسی آماری و تحلیل داده ها، در دانشگاه فرهنگیان محرزاست. باتوجه به سادگی عملیات ها و قرابت بسیار اعدادفازی با واقعیت برآمده از آموزش شایسته است در دروس کارشناسی پیوسته رشته های مرتبط مانند آموزش ابتدایی این دروس گنجانده شود. تا نسل جدید معلمان بخوبی قادر به بکارگیری داده های کیفی و تحلیل آنها باشند.

مدل کلی را برای نمایش چندین فرآیند در آموزش ریاضی با فازی بودن و عدم قطعیت توسعه داده شد. برای هر یک از مراحل اصلی این فرآیندها، زیرمجموعه ای فازی از برچسب های زبانشناختی موفقیت نیاز به تلاش بیشتر، قابل قبول،خوب،بسیارخوب،عالی را به دانش آموزان در هر مرحله نسبت داده و از عدم قطعیت امکان کل به عنوان معیار ظرفیت های دانش آموزی بهره گرفته شد.

کاربردها در مدل های بالا برای یک توصیف دقیق تر و موثر تر وضعیت های مرتبط با فازی بودن و عدم قطعیت اساسا در زمینه آموزش ریاضی (یادگیری، مدل سازی ریاضی) و نیز هوش مصنوعی و مدیریت بتصویر کشیده می شوند.

مدل های فازی پیشنهادشده جدای از اطلاعات کمی، یک نمای کیفی واقعی را از این فرآیندها ارائه می نمایند، که از طریق مطالعه همه پروفایل های ممکن موضوعات مربوطه در این فرآیندها، نمایش داده می شوند. مزیت دیگر آن ها این است که فرصتی را برای مطالعه ترکیبی نتایج دو یا بیشتر گروه (یا سیستم) در طول وضعیتی یکسان یا بصورت جایگزین برای مطالعه ترکیبی نتایج گروه (سیستمی) یکسان در طول دو یا چند وضعیت گوناگون فراهم می سازند. شایان ذکراست که تلاش هایی مشابه برای استفاده از اصول منطق فازی در آموزش در گذشته توسط پژوهشگران دیگری صورت گرفته است. اما انتظار می رود

که این پژوهش در آینده به گسترش مدل کلی پیشنهادی در نمایش وضعیت های بیشتر درگیر در فازی بودن و عدم قطعیت در آموزش و در کل حوزه های علمی دیگر منجرشود.

منابع

۱. ترابی،سیدعلی؛ توفیقی،سعیده(۱۳۹۴)، *برنامه ریزی ریاضی فازی*، دانشگاه تهران.

۲. دبیرخانه طرح تحول تولید برنامه درسی ملی(۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران*، تهران. سازمان پژوهش وبرنامه ریزی آموزشی.

۳. سیف، علی اکبر(۱۳۹۳)، *روانشناسی پرورشی نوین*، انتشارات سمت.

۴. M. Ajello and F. Spagnolo, Some experimental observations on common sense and fuzzy logic,*Proceedings of International Conference on Mathematics Education into the ۲۱st Century*.

۵. R. Borroneo Ferri, *Modeling problems from a cognitive perspective*, In: C. R. Haines, P.Galbraith, W. Bloom, S. Khan, eds., Mathematical Modeling: Education, Engineering and Economics, (ICTMA ۱۲), Horwood Publishing, Chichester, (۲۰۰۷), ۲۶۰-۲۷۰.

۶. H. M. Doer, *What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modeling*?, In: W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss, eds., Modeling and Applications in Mathematics Education, Springer, NY, (۲۰۰۷), ۶۹-۷۸.

۷. C. R. Haines and R. Crouch, *Remarks on modeling cycle and interpretation of behaviours*, In: R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines and A. Harford, eds., Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies, (ICTMA۱۳), London, (۲۰۱۰), ۱۴۵-۱۵۴.

۸. M. Gr. Voskoglou, "Applications of Markov chains to business problems",

Proceedings ۳nd International Conference on Quantitative and Qualitative Methodologies in the Economic and Administrative Sciences, T. E. I. of Athens, ۲۰۰۹,

pp. ۵۲۸-۵۳۵.