

استفاده از سازمان‌دهنده‌های گرافیکی در آموزش ریاضیات

ساره حق خواه^۱

چکیده:

سازمان‌دهنده‌های گرافیکی ابزاری جهت کمک به معلمان و دانش‌آموزان در طراحی برنامه‌های درسی، فرایند یادگیری و ارزشیابی می‌باشد. این سازمان‌دهنده‌ها دارای تنوع زیادی هستند که از آن جمله می‌توان به فلوجارت، نقشه ذهنی، نقشه مفهومی، درخت شبکه‌ای، نقشه عنکبوتی، نقشه استخوان ماهی، نقشه چرخه‌ای و ... اشاره نمود. به کارگیری جلوه‌های تصویری متنوع در سازمان‌دهنده‌های گرافیکی، موجب برقراری ارتباط بین دو نیمکره چپ و راست مغز شده و در نتیجه تأثیر چشمگیری در فرایند یاددهی - یادگیری دارند. در این مقاله ضمن معرفی سه نوع سازمان‌دهنده‌ی گرافیکی (فلوجارت، نقشه ذهنی و نقشه مفهومی)، با ذکر نمونه‌هایی، به بیان کاربرد آن‌ها در آموزش ریاضیات خواهیم پرداخت.

کلمات کلیدی: سازمان‌دهنده‌ی گرافیکی، فلوجارت، نقشه ذهنی، نقشه مفهومی، آموزش ریاضی.

^۱. استادیار گروه علوم پایه، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، نویسنده مسئول. Sareh_haghkhal@yahoo.com

دریافت: ۹۷/۹/۲۲ پذیرش: ۹۷/۱۰/۲

مقدمه

یک سازمان‌دهنده‌ی گرافیکی (Graphic Organizers) یک نمایش بصری و گرافیکی است که روابط بین حقایق، نظرها و ایده‌هایی را که در درون یک تکلیف یادگیری وجود دارد به تصویر می‌کشد. سازمان‌دهنده‌های گرافیکی همچنین گاهی اوقات به‌عنوان نقشه‌های دانش، نقشه‌های داستان، سازمان‌دهنده‌های شناختی، پیش‌سازمان‌دهنده‌ها و یا نمودار مفهومی خوانده می‌شوند. در طراحی سازمان‌دهنده‌های گرافیکی از طرح، نقشه، شکل، خط حتی رنگ و تصویر استفاده می‌شود که عناصر مذکور در فعال نمودن نیمکره راست مغز (که محل استقرار حافظه بلند مدت است) نقش به‌سزایی دارند. در زمان مطالعه یا هنگام تدریس معلم، اکثراً نیمکره چپ مغز (که محل استقرار حافظه کوتاه مدت است) فعال می‌باشد (کرمانی، ۱۳۹۳). در واقع نیمکره چپ مسئولیت صحبت کردن، منطق، توالی، زمان، جزئیات و محاسبات ریاضی را برعهده دارد. نیمکره راست با موسیقی، هنر، پاسخ‌های عاطفی، شهود، تخیلات و خلاصه کردن مرتبط می‌باشد (اسپرنگر، ۲۰۰۲).

تحقیقات متعددی به‌کارگیری سازمان‌دهنده‌های گرافیکی را در ایجاد تعادل بین نیمکره‌های چپ و راست مغز مورد تأیید قرار داده‌اند. تعادل بین نیمکره‌ها در افزایش دقت و سرعت مطالعه و یادگیری و البته انتقال اطلاعات به حافظه بلند مدت تأثیر چشمگیری دارد (کرمانی، ۱۳۹۳). اکثر نوشته‌ها و یادداشت‌ها در زبان فارسی، به‌صورت خطی از راست به چپ و از بالا به پایین تهیه می‌شوند؛ درحالی‌که مغز انسان به کل صفحه به‌صورتی غیرخطی می‌نگرد. بنابراین با توجه به عملکرد مغز، استفاده از سازمان‌دهنده‌های گرافیکی در فرایند یاددهی - یادگیری منجر به یادگیری معنادار می‌شود. چراکه طبق نظریه یادگیری معنادار "آزوبل" یادگیرندگان نمی‌توانند با حفظ مطالب و یادگیری پراکنده، یک یادگیری واقعی داشته باشند. بلکه باید با سازماندهی، ارتباط دادن و اضافه کردن منظم مطالب به ساخت شناختی قبلی، یادگیری معنادار را در خود ارتقا دهند. درحقیقت آزوبل معتقد است که یادگیری معنادار زمانی رخ می‌دهد که:

۱- یادگیرنده به رابطه بین مفاهیمی که آموخته پی ببرد.

۲- یادگیرنده دارای دانشی قبلی باشد که بتواند با مطالب جدید مرتبط شود.

۳- یادگیرنده واقعاً بخواهد که دانش جدید را به دانشی که قبلاً آموخته مرتبط کند (یو، ۲۰۰۸).

در این مقاله ضمن معرفی سه نوع سازمان‌دهنده‌ی گرافیکی (فلوچارت، نقشه ذهنی و نقشه مفهومی)، با ذکر نمونه‌هایی، به بیان کاربرد آن‌ها در آموزش ریاضیات خواهیم پرداخت. این نقشه‌ها را می‌توان با استفاده از کاغذ و قلم و یا نرم‌افزارهای مربوطه رسم نمود. نرم‌افزارهای متعددی در این زمینه وجود دارد که از میان آنها، نرم‌افزار MindMapper ضمن سازگاری بیشتر با زبان فارسی، قابلیت‌های وسیعی در ترسیم سازمان‌دهنده‌های گرافیکی دارد. نقشه‌های ارائه شده در پژوهش حاضر با استفاده از این نرم‌افزار ترسیم شده است. در مقاله‌ی "استفاده از نرم‌افزار MindMapper در بهبود یاددهی - یادگیری هندسه دبیرستان" نحوه استفاده از این نرم‌افزار در ترسیم سازمان‌دهنده‌های گرافیکی ارائه شده است (حق‌خواه، ۱۳۹۷).

استفاده از فلوجارت در آموزش الگوریتم‌ها

الگوریتم (Algorithm) روشی گام‌به‌گام برای حل مسئله است. به هر دستورالعملی که مراحل انجام دادن کاری را با زبانی دقیق و با جزئیات کافی بیان نماید، به طوری که ترتیب مراحل و شرط خاتمه عملیات در آن کاملاً مشخص شده باشد، الگوریتم گویند. برای حل هر مسئله فرد باید بتواند: مسئله را به طور شفاف شرح دهد؛ در صورت نیاز، آن را به چند مسئله کوچکتر تقسیم کند؛ برای هر زیرمسئله راه حل مرحله به مرحله ایجاد کند (غلامی و جباریه، ۱۳۸۴).

الگوریتم، پایه و اساس برنامه‌نویسی کامپیوتری می‌باشد. بسیاری از عملیات‌ها در ریاضی دارای ساختاری الگوریتمی هستند. هر نوع عملیات جبری که روی اعداد انجام می‌شود را می‌توان بصورت یک الگوریتم بیان نمود. این الگوریتم‌ها می‌توانند بسیار ساده و ابتدایی و یا بسیار پیچیده باشند. بعنوان نمونه: الگوریتم محاسبه حاصل جمع یا حاصل ضرب دو عدد و یا الگوریتم محاسبه بزرگترین عدد از بین چند عدد مفروض، الگوریتم‌هایی در سطح ابتدایی هستند. الگوریتم محاسبه اول بودن یک عدد طبیعی و یا حل یک معادله درجه دوم، در سطح متوسطه می‌باشند. الگوریتم فرکتالها از الگوریتم‌های پیچیده به حساب می‌آیند. بنابراین دانش‌آموزان از دوره ابتدایی مواجهه با الگوریتم تجربه می‌نمایند.

برای اینکه بتوان درک الگوریتم را آسان‌تر کرده و بین مراحل مختلف حل مسأله ارتباط منطقی برقرار نمود، با کمک مجموعه‌ای از علائم تصویری ساده، الگوریتم را به شکل نمادهای تصویری یا نموداری بیان می‌کنند. به این نمودار تصویری، فلوجارت (Flowchart) گفته می‌شود. همچنین برای مسائل پیچیده و طولانی بهتر است از فلوجارت استفاده شود چرا که دنبال کردن مجموعه عملیات مورد نیاز برای حل یک مسأله، از این طریق آسان‌تر می‌باشد. فلوجارت، متشکل از اشکال قراردادی است و هر یک از این اشکال دارای مفهوم خاصی می‌باشند تا با مشاهده فلوجارت توسط افراد مختلف، استنباط‌های گوناگون صورت نگیرد. برای نشان دادن شروع و خاتمه عملیات از بیضی، برای محاسبات و مقداردهی از مستطیل، برای ورود اطلاعات و خروج بر روی صفحه نمایش از متوازی‌الاضلاع و برای سؤال، تصمیم‌گیری و شرط‌های دلخواه از لوزی استفاده می‌شود (همان).

استفاده از فلوجارت به‌عنوان یک سازمان‌دهنده گرافیکی، می‌تواند یادگیری الگوریتم‌ها را برای دانش‌آموزان بسیار جذاب و دلنشین نماید. مثلاً به الگوریتم تشخیص اول بودن یک عدد طبیعی بزرگتر از ۲ توجه نمایید. می‌دانیم که هر گاه عددی بر یکی از اعداد ۲، ۳، ۴، ... و ۱۴ بخش پذیر باشد، دیگر اول نیست و در غیر این صورت اول می‌باشد. مثلاً برای اینکه بینیم عدد ۱۵ اول نیست باید ۱۵ بر یکی از اعداد ۲، ۳، ۴، ... و ۱۴ بخش پذیر باشد. چون ۱۵ بر ۳ بخش پذیر است پس اول نیست و دیگر عمل تقسیم را ادامه نمی‌دهیم. اما برای عدد ۵ می‌بینیم که عدد ۵ بر ۲ و ۳ و ۴ بخش پذیر نیست، لذا عددی اول است. حال الگوریتم زیر را به‌عنوان یک الگوریتم ساده برای تشخیص اول بودن یک عدد طبیعی بزرگتر از ۲ ارائه می‌دهیم: (همان)

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- $I \leftarrow 2$

۴- باقیمانده تقسیم N بر I ← R

۵- اگر $R=0$ سپس بنویس N اول نیست و پایان

$$I \leftarrow I + 1 \quad ۶-$$

۷- اگر $I < N$ سپس برو به ۴

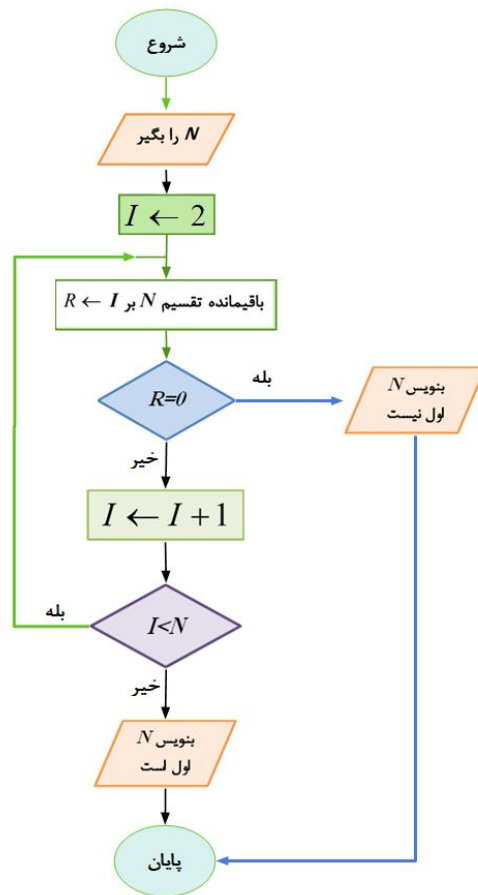
۸- بنویس N اول است.

۹- پایان.

این الگوریتم برای دانش آموز پایه هفتم به راحتی قابل درک است. برای دانش آموزان دبیرستانی که با مفهوم جزء صحیح آشنا شده اند، می توان مرحله

۴ را با گزاره $R \leftarrow N - I \times \left\lfloor \frac{N}{I} \right\rfloor$ عوض کرد. شکل ۱ فلوجارت این الگوریتم را به تصویر می کشد.

جذابیت کار با فلوجارت، سبب می شود که دانش آموز ضمن لذت بردن از این الگوریتم سرگرم کننده، به مفهوم مورد نظر که در اینجا شناسایی اعداد اول می باشد، دست یابد. آموزش ریاضی از طریق فلوجارت را می توان از پایه اول ابتدایی با الگوریتم ساده محاسبه حاصل جمع دو عدد، آغاز نمود. با این روش، ضمن دلنشین نمودن آموزش ریاضی، زمینه را جهت درک مفاهیم پیچیده تر ریاضی مثل ماشین تابع و کار با الگوریتم ها و دستورالعمل ها مهیا می سازیم.

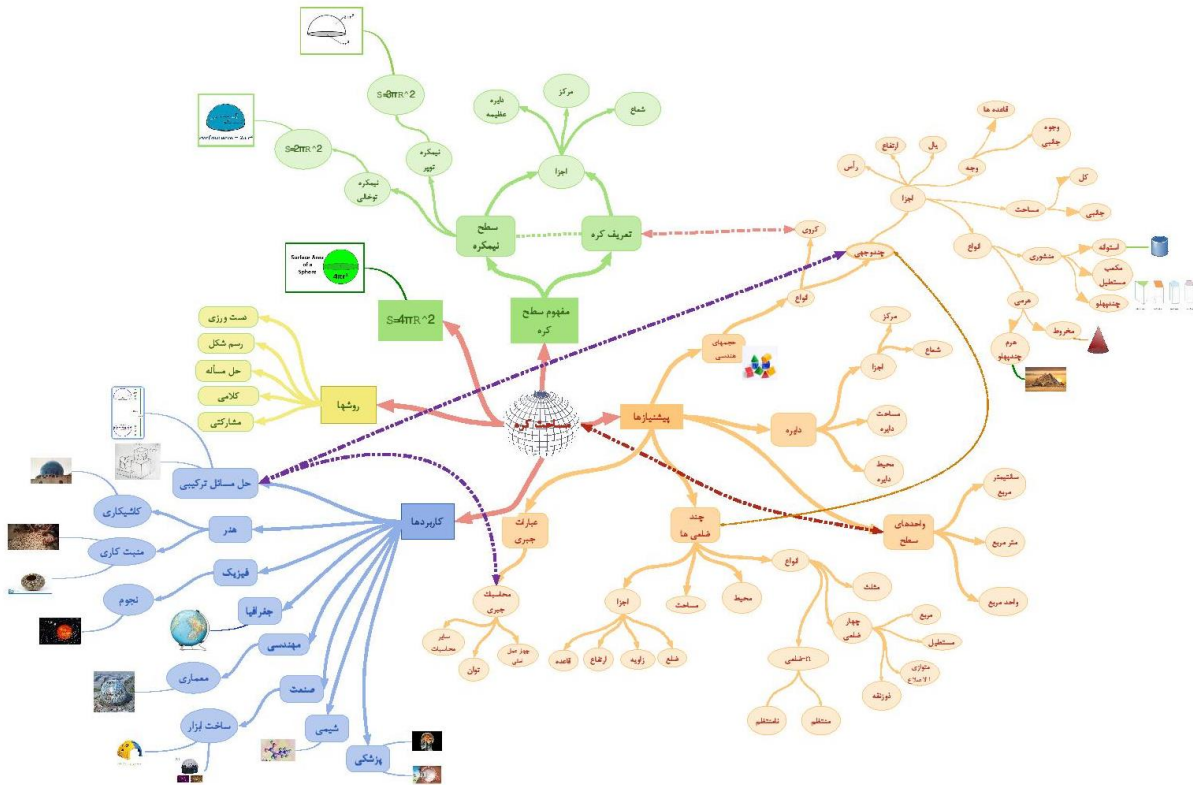


شکل ۱: فلوجارت تعیین اول بودن یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از دو

استفاده از نقشه ذهنی در آموزش ریاضی

نقشه ذهنی یک شکل از تفکر بصری است که استفاده‌کنندگان را تشویق می‌کند تا فرایندهای فکری درونی خود را بیرون بریزند. همچنین ابزاری است که در سازماندهی اطلاعات، تجزیه و تحلیل و درک بهتر مفاهیم و همچنین به یاد آوردن افکار و خلق ایده‌های نو به شما کمک می‌کند. برخلاف یادداشت برداری‌های سنتی که ایده‌ها به صورت خطی لیست می‌شوند، نقشه ذهنی به شما این امکان را می‌دهد تا به کمک تصاویر و رنگها و ... بین ایده‌هایتان ارتباط بیشتری برقرار کرده و فرایندهای ذهنی خود را بر روی کاغذ نمایان سازید. مبتکر و ابداع‌کننده نقشه ذهنی تونی بوزان (Tony Buzan) می‌باشد (کرمانی، ۱۳۹۳).

برای ترسیم نقشه ذهنی، ایده اصلی در مرکز نقشه قرار گرفته و مفاهیم و ایده‌های مرتبط با آن با یک ساختار شعاعی همچون شاخه‌هایی در اطراف ایده اصلی قرار می‌گیرند. علاوه بر مزایایی همچون یادداشت‌برداری سریع و مختصر، به یادسپاری بیشتر، افزایش خلاقیت، کمک به تصمیم‌گیری در برنامه‌ریزی و حل مشکل و ... از آنجاکه در نقشه ذهنی برخلاف یادداشت‌نویسی‌های معمولی، اطلاعات، به روشی مشابه عملکرد مغز انسان، سازماندهی می‌شوند، می‌توان از آن به‌عنوان ابزاری کارآمد در تدریس به روش بارش مغزی استفاده نمود. همچنین نقشه ذهنی در طراحی واحد یادگیری و طراحی آموزشی کاربرد دارد. شکل ۲ نقشه ذهنی ترسیم شده جهت طراحی واحد یادگیری مبحث مساحت کره از فصل هشتم ریاضی پایه نهم را نمایش می‌دهد.



شکل ۲: نقشه ذهنی جهت طراحی واحد یادگیری مبحث مساحت کره

استفاده از نقشه مفهومی در آموزش ریاضی

نقشه مفهومی که اولین بار توسط تیم تحقیقاتی نواک مطرح شد، یک بازنمای گرافیکی از دانش است که شامل مفاهیم و روابط بین آنها می‌شود (علم‌الهدایی، ۱۳۸۸). از نظر آرزوبل، ساخت شناختی و تأثیراتی که بر اثر یادگیری در آن روی می‌دهد، اساس یادگیری را تشکیل می‌دهند. او عقیده دارد یادگیری معنادار وقتی اتفاق می‌افتد که یک سری از تغییرات با اصلاح تصورات موجود از مفاهیم و برقراری اتصالات جدید بین مفاهیم، در کل ساختار شناختی ما اتفاق بیفتد (احمدی، ۱۳۸۸).

به نظر آرزوبل، یادگیری به روش‌های زیر اتفاق می‌افتد: یادگیری از طریق بازنمایی: در این نوع یادگیری، یادگیرنده یک مفهوم را بازنمایی تصویری کرده و نمادهای آن را مرتبط می‌کند. یادگیری گزاره‌ای: در این نوع یادگیری، یادگیرنده مفاهیم را از طریق گزاره‌ها به هم مرتبط می‌کند. و یادگیری مفهومی: در این نوع یادگیری، یادگیرنده بازنمایی‌ها و گزاره‌ها را ترکیب می‌کند تا به مفهومی جدید برسد. به عقیده‌ی نواک و همکارانش کمک به یادگیرنده برای ایجاد یادگیری معنادار تنها راه غلبه بر بدفهمی‌هاست و استفاده از نقشه مفهومی می‌تواند برای این منظور مفید باشد. پس، نقشه‌های مفهومی از طریق شناسایی و درک روابط بین مفاهیم، بیش‌تر از به حافظه سپردن اطلاعات، منجر به یادگیری معنادار می‌شوند (نواک و کاناس، ۲۰۰۸).

نقشه‌های مفهومی ابزار بسیار مفیدی برای تدریس، طراحی برنامه آموزشی و ارزش‌یابی در تمام حوزه‌های یادگیری-یاددهی به حساب می‌آیند. تحقیقات زیادی در زمینه تأثیر استفاده از نقشه‌ذهنی در آموزش مباحث مختلف ریاضی صورت گرفته که مؤید کارآمدی این ابزار می‌باشد. یکی از کاربردهای نقشه مفهومی در درک استدلال و اثبات قضایای هندسی است. شورای ملی معلمان ریاضی، NCTM، ضمن اینکه هندسه را یکی از پنج عنصر اصلی محتوایی می‌داند، معتقد است که برنامه‌های آموزشی از پیش‌دبستان تا پایه‌ی دوازدهم باید همه دانش‌آموزان را قادر سازد تا ویژگی‌ها و خواص هندسی دو بعدی و سه بعدی را تجزیه و تحلیل کنند و استدلال ریاضی را درباره‌ی روابط هندسی توسعه دهند. جونز (۲۰۰۰)، به نقل از سر کریستوفر زیمنان هندسه را چنین تعریف می‌کند: "هندسه دربردارنده آن شاخه‌هایی از ریاضیات است که درک و بینش بصری (مسلط‌ترین حس ما) را برای یادآوری قضایا، فهم اثبات، القای حدس و درک واقعیت، به کار می‌گیرند و به ما بصیرت کلی می‌دهند (ریحانی، ۱۳۹۵).

باوجود اینکه هندسه از دروس شهودی می‌باشد و در زندگی کاربرد فراوان دارد، معمولاً دانش‌آموزان احساس خوشایندی نسبت به آن ندارند. این انزجار به دنبال عدم درک استدلال قضایا و ناتوانی در اثبات مسائل هندسی به‌وجود می‌آید و دلیل عمده‌ی آن عدم درک عمیق ارتباط بین گزاره‌ها و مفاهیم هندسی می‌باشد. ترغیب دانش‌آموزان به رسم نقشه مفهومی با ذکر دلایل (نقشه استدلالی)، در زمینه اثبات قضایا و مسائل استنتاجی، موجب درگیری ذهن آنها با مفاهیم و حقایق و ارتباط منطقی بین گزاره‌ها شده و درک عمیق این ارتباطات در یادگیری معنادار و بهبود فرایند یادگیری-یاددهی و ایجاد فراشناخت نقش مهمی ایفا می‌کند.

در این بخش از مقاله، یکی از قضایای کتاب هندسه ۲، پایه‌ی یازدهم دوره‌ی دوم متوسطه (۱۳۹۶) را مورد بررسی قرار داده، نشان خواهیم داد که چگونه نقشه استدلالی با برقراری ارتباط بین مفاهیم و گزاره‌ها، می‌تواند مسیری را که ذهن در مراحل مختلف استدلال می‌پیماید، بصورت گام‌به‌گام و سازماندهی شده در شاخه‌های مختلف، به روشنی ترسیم نموده و هدایتگر مخاطب خود باشد. درس اول از فصل دوم کتاب، در رابطه با تبدیل‌های هندسی می‌باشد که بازتاب (یا تقارن محوری) یکی از آنهاست. تبدیل‌هایی که طول پاره خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات طولیا (ایزومتري) نامیده می‌شوند. در اثبات ارائه شده

برای قضیه‌ی طولپایی بازتاب پاره‌خط، چهار حالت ممکن وضعیت خط بازتاب و پاره‌خط مفروض بیان شده و دانش‌آموزان، ضمن تکمیل نقطه‌چین‌ها و شکل‌ها به اثبات آن می‌پردازد. این اثبات به صورت خطی می‌باشد، درحالی‌که مغز انسان به کل صفحه به صورتی غیرخطی می‌نگرد. هرچند برای مشخص‌سازی چهار حالت اثبات از حروف تیره "الف"، "ب"، "پ" و "ت" استفاده شده است، اما نمی‌توان این مجزاسازی را در یک نگاه به راحتی تشخیص داد. شکل ۳ نقشه مفهومی اثبات این قضیه را به تصویر می‌کشد. با یک نگاه به این نقشه، به وضوح صورت قضیه، فرض و حکم و چهار حالت ممکن برای اثبات قضیه قابل مشاهده هستند (حق خواه، ۱۳۹۷). از نقشه مفهومی برای ارزشیابی نیز استفاده می‌شود. مثلاً می‌توان برخی از جعبه‌های نقشه را خالی گذاشت و از دانش‌آموز بخواهیم تا آن‌ها را پر کند. و یا بعنوان تکلیف از دانش‌آموزان بخواهیم تا نقشه مفهومی یک اثبات را ترسیم نمایند.

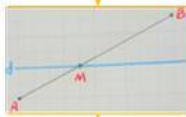
فرض: پاره‌خط $A'B'$ ، بازتاب پاره خط AB نسبت به خط d است.

قضیه: در هر بازتاب، اندازه هر پاره‌خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

حکم: $AB = A'B'$

حالت‌های مختلف پاره خط AB نسبت به پاره خط d

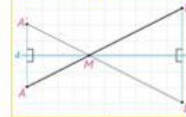
پاره خط AB با خط d در نقطه M متقاطع باشد



B' بازتاب B نسبت به d را یافته و $B'M$ را رسم کنید.



از A بر d عمود کرده و امتداد می‌دهیم تا A' در $B'M$ قطع کند.



قضیه تقس

نقطه A' بازتاب A نسبت به d است.

همچنین داریم

$$AB = AM + MB$$

$$A'B' = A'M + MB$$

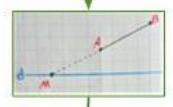
$$MA = MA'$$

$$MB = MB'$$

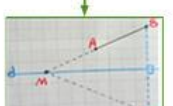
$$AB = A'B'$$

پاره خط AB با خط d نه موازی و نه متقاطع باشد

پاره خط AB را ادامه می‌دهیم تا d را در M قطع کند.



B' بازتاب B نسبت به d را یافته و $B'M$ را رسم کنید.



از A بر d عمود کرده و امتداد می‌دهیم تا A' در $B'M$ قطع کند.



قضیه تقس

نقطه A' بازتاب A نسبت به d است.

همچنین داریم

$$AB = MB - MA$$

$$A'B' = MB' - MA'$$

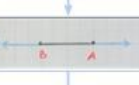
$$MA = MA'$$

$$MB = MB'$$

$$AB = A'B'$$

نقطه A یا B روی خط d باشد

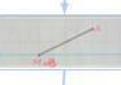
هر دو نقطه A و B روی خط d باشد



بازتاب AB همان AB است

$$AB = A'B'$$

فقط $B=M$ روی خط d باشد



بازتاب A را نسبت به خط d پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم



راه دوم

d عمود منصف AA' است.

$$AB = A'B'$$

راه اول

$$\triangle AMH = \triangle A'MH$$

(ض.ض.)

$$AB = A'B'$$

AB موازی با خط d

بازتاب A و B را نسبت به خط d پیدا کرده و آن را A' و B' می‌نامیم.



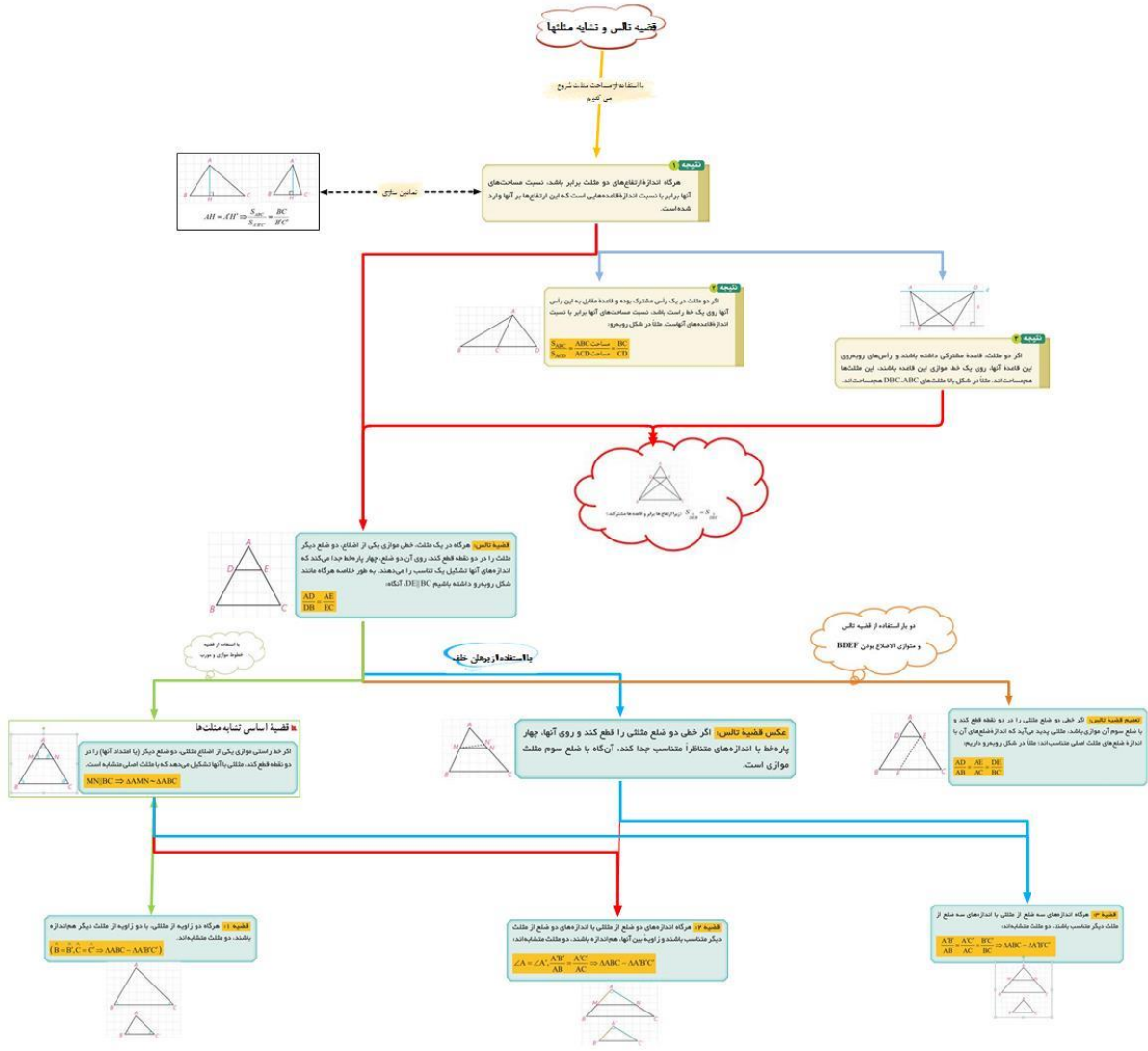
طبق تعریف بازتاب

$ABB'A'$ یک مستطیل است.

$$AB = A'B'$$

شکل ۳: نقشه مفهومی (استدلالی) قضیه طولپایی بازتاب پاره خط

نقشه مفهومی در درک سلسه مراتبی مفاهیم ریاضی، از جمله درک سلسله مراتبی اثبات قضایای هندسی نیز ابزاری بسیار مفید می باشد. شکل ۴ نقشه مفهومی رعایت سلسه مراتب اثبات قضیه تالس و تشابه مثلث ها از کتاب هندسه ۱، پایه دهم دوره دوم متوسطه (۱۳۹۵)، را نشان می دهد.



شکل ۴: نقشه مفهومی رعایت سلسه مراتب اثبات قضیه تالس و تشابه مثلث ها

نتیجه‌گیری

موفقیت دانش‌آموزان در ریاضی تحت تأثیر دانش ریاضی آنها است. مهم‌ترین طبقه‌بندی دانش ریاضی عبارتست از: دانش مفهومی و دانش رویه‌ای. دانش مفهومی، دانش روابط و اتصالات بین حقایق، مفاهیم و ایده‌های ریاضی و دانش رویه‌ای، دانش مربوط به الگوریتم‌ها، رویه‌ها و فرایندهای ریاضی است. استفاده از سازمان‌دهنده‌های گرافیکی در آموزش ریاضی، ضمن برقراری ارتباط بین مفاهیم و رویه‌ها، سبب وقوع یادگیری معنی‌دار شده و از این طریق علاوه بر غنی‌سازی برنامه‌های کلاسی، نقش مهمی در افزایش انگیزه و حس رضایت‌مندی دانش‌آموزان ایفا می‌کند. این سازمان‌دهنده‌ها، ابزار قدرتمند آموزشی در سه زمینه تدریس، طراحی برنامه آموزشی و ارزش‌یابی محسوب شده و جایگاه ویژه‌ای در سیستم آموزشی کشورهای موفق در زمینه آموزش دارند. بنابراین لازم است معلمان را ترغیب نمود تا از این ابزار به‌عنوان یک راهبرد آموزشی غنی استفاده کرده و دانش‌آموزان را نیز در کسب مهارت به-کارگیری آن یاری نمایند.

منابع

- احمدی، فاطمه (۱۳۸۸). بررسی تأثیر به کارگیری نقشه مفهومی به عنوان ابزاری در فرآیند یاددهی - یادگیری روی پیشرفت تحصیلی و باورهای ریاضی دانش آموزان پایه دوم متوسطه رشته تجربی. پایان نامه کارشناسی ارشد، استاد راهنما: ابراهیم ریحانی، استاد مشاور: شهناز بخشعلی زاده، دانشگاه شهید رجایی، تهران.
- اصلاح پذیر، بهمن؛ ایرانمنش، علی؛ بیژن زاده، محمدحسن؛ داودی، خسرو؛ رستگار، آرش؛ ریحانی، ابراهیم؛ شاهرانی، احمد؛ عالمیان، وحید؛ نائینی، سیدمحمد کاظم (۱۳۹۳). ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه، دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری، تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- امیری، حمیدرضا؛ ایرانمنش، علی؛ داودی، خسرو؛ دلشاد، کبری؛ ریحانی، ابراهیم؛ سید صالحی، محمدرضا؛ شرقی، هوشنگ؛ صدر، میر شهرام (۱۳۹۴). ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه، دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری، تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- بیژن زاده، محمدحسن؛ رحیمی، زهرا؛ سید صالحی، محمدرضا؛ شرقی، هوشنگ و نصیری، محمود (۱۳۹۶). هندسه ۲، پایه یازدهم دوره دوم متوسطه، دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری، تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- حق خواه، ساره (۱۳۹۷). استفاده از نرم افزار MindMapper در بهبود یاددهی - یادگیری هندسه دبیرستان، اولین کنفرانس ملی یافته‌های نوین در حوزه یاددهی و یادگیری.
- رحیمی، زهرا؛ سید صالحی، محمدرضا؛ شرقی، هوشنگ و نصیری، محمود (۱۳۹۵). هندسه ۱، پایه دهم دوره دوم متوسطه، دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری، تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۵). تحلیل خط مشی‌ها، اسناد مصوب، پژوهش‌ها و منابع معتبر مرتبط با حوزه‌ی یادگیری ریاضی، واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش.
- علم‌الهدایی، سیدحسن (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی، مشهد: انتشارات نما.
- غلامی، بهرام؛ جباریه، علیرضا (۱۳۸۴). الگوریتم و فلوچارت، تهران: مؤسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران.
- کرمانی، میرجواد (۱۳۹۳). نقشه ذهنی و سازمان‌دهنده‌های گرافیکی، تبریز: انتشارات درویش.
- Jones, Keith, (2000). Critical Issues in the Design of the school Geometry Curriculum. Invited paper in Bill Barton (Ed) (2000), Readings in Mathematics Education. Auckland. New Zealand: University of Auckland.
- Novak, J. D. & Cañas, A. J, The theory underlying concept maps and how to construct and use them, Technical Report IHMC Cmap Tools, Florida Institute for HumanCognition. Retrieved ,2008.
- Sprenger, M .B. (2002). Becoming a "wiz" at brain – based teaching. Thousand Oaks, CA: Corwin Press, Inc.

Yue, Hong (2008). Concept maps As Assessment Tools in Mathematics, Comparison with Clinical Interviews, Doctoral dissertation, Department of Mathematical Sciences, The University of Texas at EL Paso.