

تأثیر به کارگیری مدل حل مسئله پولیا در کاهش خطای نیومن دانش آموزان در حل مسائل مربوط به ترکیبات پایه دهم رشته ریاضی

وحید عالمیان^۱، علی لطفی نژاد^۲، ملوک حبیبی^۳

پذیرش: ۹۸/۴/۱

دریافت: ۹۸/۳/۲۷

چکیده

هدف این پژوهش تأثیر به کارگیری مدل حل مسئله پولیا در کاهش خطای نیومن دانش آموزان سال دهم رشته ریاضی در حل مسائل ترکیبیات در مناطق مارلیک و سرآسیاب از شهرستان ملارد استان تهران هست. این پژوهش به صورت نیمه تجربی انجام شده است. جامعه آماری این پژوهش تمام دانش آموزان پسر سال دهم رشته ریاضی مناطق مارلیک و سرآسیاب شهرستان ملارد استان تهران در سال تحصیلی ۹۶-۹۷ به تعداد ۱۰۰ نفر هست که از این تعداد دو کلاس ۳۰ نفری به عنوان نمونه انتخاب شده است. برای جمع آوری داده‌ها از دو آزمون محقق ساخته برای دو مرحله پیش آزمون و پس آزمون هر یک شامل شش سؤال از شش تیپ مختلف استفاده شده است مقدار آلفای کرونباخ برای بررسی پایایی حدود ۰/۷۳ و مقدار CVR برای بررسی روایی سوالات استفاده شده بین ۰/۸ تا ۱ بدست آمد. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از جدول فراوانی، درصد، میانگین، واریانس و همچنین آزمون U برای بررسی استنباطی استفاده شد نتیجه این آزمون‌ها نشان داد به کارگیری مدل حل مسئله پولیا توانست خطاها را در مراحل درک و تبدیل به صورت معناداری کاهش دهد ولی تغییر معناداری در مراحل پردازش و کدگذاری مشاهده نشد.

کلمات کلیدی: ترکیبیات، مدل حل مسئله پولیا، تحلیل خطای نیومن، خطا.

۱. استادیار گروه ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، ایران، نویسنده مسئول، vahid_alamian@yahoo.com

۲. دبیر ریاضی، شهرستان ملارد، ایران.

۳. استادیار گروه ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، ایران.

مقدمه

یکی از مباحث مهم در ریاضی دبیرستانی، ریاضیات گسسته است که به بخش‌هایی از ریاضیات گفته می‌شود که با ساختارهای گسسته (ساختارهایی که در آن‌ها مفهوم پیوستگی وجود ندارد مانند گراف، تئوری اعداد و...) سروکار دارد، ریاضیات گسسته به دلیل کاربردهای زیاد در علوم رایانه در دهه‌های گذشته کاربرد زیاد یافته است. یکی از موضوعات مورد بحث در ریاضی گسسته بحث ترکیبیات است. ترکیبیات از قدیمی‌ترین مباحث ریاضیات گسسته به شمار می‌رود و قدمت آن به قرن ۱۶ می‌رسد (ویلنکین ۱۹۷۱)^۱ در سال‌های گذشته ترکیبیات در بیشتر نظام‌های آموزشی در جهان در برنامه‌های درسی مدارس ابتدایی و متوسطه ظاهر شد. در بیشتر این کشورها فرمول‌بندی ترکیبیات در سال دهم معرفی می‌شود هرچند که دانش‌آموزان از سال‌های قبل با آن‌ها آشنا می‌شوند. (۲۰۱۵ ژانکا ملوسوا)^۲ یکی از مسائلی که ترکیبیات را از دیگر شاخه‌های ریاضی متمایز می‌کند این است که آموختن آن نیاز به اطلاعات خاصی از ریاضیات ندارد و داشتن معلومات ریاضی دوره راهنمایی نیز برای درک آن کافی به نظر می‌رسد چراکه ریشه‌های ترکیبیات در واقع به مسائل معماگونه ریاضی و بازی‌ها می‌رسد. بسیاری از مسائل ترکیبیات که در گذشته برای تفریح بررسی شده‌اند امروزه اهمیت زیادی در ریاضیات محض و کاربردی دارند. به همین دلیل «در مطالعه ترکیبیات و جایگشت‌ها، دانش‌آموزان به مسائلی از دنیای واقعی احتیاج دارند تا نسبت به یادگیری و حل مسائل ترکیبیات تحریک شوند» (موسادی، لاوسینچای^۳ ۲۰۱۱).

به دلیل نقش پایه‌ای ترکیبیات در ریاضی گسسته و تأثیر آن در علومی همچون کامپیوتر، احتمال، رمزنگاری و آمار و... آموزش و یادگیری و در نتیجه توانایی حل مسائل آن از اهمیتی ویژه برخوردار است تا دانش‌آموزی که می‌خواهد در این علوم ادامه تحصیل دهد، توانایی بیشتری در این ارتباط داشته باشد. به همین دلیل ضروری است که علت خطای دانش‌آموزان در حل مسائل مورد بررسی قرار گیرد که مهم‌ترین مدل برای تحلیل خطای دانش‌آموزان در حل مسئله، تحلیل خطای نیومن است که سلسله مراتبی است. نیومن^۴ یک آموزشگر زبان استرالیایی بود که در اواسط دهه هفتاد، یک روش مدون برای تحلیل خطای دانش‌آموزان بنا نهاد که بعدها گسترش یافت.

با شناخت خطای دانش‌آموزان بر اساس مدل نیومن پژوهشگر بدنبال کاهش خطای دانش‌آموزان در حل مسائل ترکیبیات است. جرج پولیا در سال ۱۹۴۵ با انتشار کتاب "چگونه مسئله حل کنیم" در صورت‌بندی و سازمان‌دهی روش حل مسئله پیش‌قدم شد و این تاریخ به‌عنوان نقطه عطفی در تاریخ آموزش ریاضی ثبت شد. باین‌حال قبل از پولیا نیز کارهایی برای آموزش حل مسئله انجام شد که از جمله سقراط را اولین فردی می‌دانند که مبادرت به آموزش حل مسئله راضی کرد (به نقل از خدایاری ۱۳۹۳).

در این پژوهش تأثیر مدل حل مسئله پولیا بر کاهش خطای نیومن دانش‌آموزان در حل مسائل ترکیبیات بررسی می‌گردد.

^۱ Vilenkin^۲ JankaMelusova^۳ Busadee & Laosinchai^۴ Anne newman

ادبیات تحقیق

مسئله و حل مسئله:

از نظر (دزکی ۱۳۹۳) هر موقعیت مبهم برای یک فرد، یک مسئله است. به عبارت دیگر هر گاه فردی بخواهد کاری انجام دهد ولی نتواند به هدف خود برسد برایش مسئله ایجاد می‌شود، در نتیجه هر موقعیت مبهم یک مسئله است این یک بیان ساده بود؛ اما سیف (۱۳۹۰) بیان می‌کند که زمانی که یادگیرنده با موقعیتی روبرو می‌شود که نمی‌تواند با استفاده از اطلاعات و مهارت‌هایی که در آن لحظه در اختیار دارد به آن موقعیت سریعاً پاسخ درست بدهد یا وقتی که هدفی دارد و هنوز راه رسیدن به آن را نیافته است می‌گوییم وی با یک مسئله روبرو است با توجه به تعریف مسئله می‌توان گفت حل مسئله، تشخیص و کاربرد دانش مهارت‌هایی است که منجر به پاسخ درست یادگیرنده به موقعیت یا رسیدن او به هدف مورد نظرش می‌شود. اسلاوین (۲۰۰۶) پس عنصر اساسی حل مسئله کاربست دانش و مهارت‌های قبلاً آموخته شده در موقعیت جدید است.

جرج پولیا برای واژه مسئله، تعریف گسترده‌تری را به کار برد. از نظر او مسئله ضرورت جستجوی آگاهانه روشی مناسب برای رسیدن به هدفی روشن که در شروع غیرقابل دسترس به نظر می‌رسد؛ و حل مسئله یافتن راه وسیله برای رسیدن به این هدف است. از نظر او یک مسئله می‌تواند یک موقعیت جدید برای فرد باشد که از قبل راه حل مشخص برای آن نداشته باشد. ریحانی (۱۳۹۳) به نقل از لستر^۱ (۱۹۷۸) ذکر می‌کند که یک مسئله، موقعیتی برای شخص یا گروه در لحظه تصمیم‌گیری جهت انجام یک تکلیف که برای حل کامل آن الگوریتمی ساده و در دسترس موجود نیست، هست. از نظر شونفیلد (۱۹۸۵) مسئله فعالیت است که در آن دانش امور درگیر است و تلاش دارد برای آن راه‌حلی پیدا کند. حل مسئله، مستلزم به کارگیری انواع توانایی‌های حل‌کننده است؛ بنابراین حل مسئله می‌تواند در خلق اندیشه‌های سازنده، نقش بازی کند.

تفاوت تمرین و مسئله در این است که تمرین برای شخص هیچ چیز چالش‌برانگیزی ندارد ولی در حل مسئله با چالش روبرو هستیم و روشی از پیش آماده برای حل نداریم (شونفیلد ۱۹۸۵).

از نظر (راستی زاده ۱۳۹۳) مسئله دارای ماهیت نسبی است؛ یعنی آنچه می‌تواند برای یک فرد مسئله باشد ممکن است برای دیگری تمرین باشد. در واقع در تمرین هیچ مورد چالش‌برانگیزی وجود ندارد ولی در مسئله حل‌کننده در ابتدا نمی‌داند مسئله را چگونه حل کند هر چند دانش لازم آن را در اختیار دارد.

تا مدت‌ها آموزشگران ریاضی تصور می‌کردند که حل مسئله مخصوص افراد خاص است و افراد دیگر این قابلیت را ندارند. به عبارت دیگر تصور می‌کردند که حل مسئله آموزش دادنی نیست بلکه یک ویژگی ذاتی است که فقط مختص بعضی از افراد است. در نتیجه کسی تلاشی برای آموزش حل مسئله به دانش‌آموزان نمی‌کرد. به تدریج آموزشگران ریاضی مختلفی به این عرصه وارد شدند که سعی در آموزش روش‌های حل مسئله به دانش‌آموزان داشتند. از جمله پولیا، نیومن، شونفیلد و ...

حل مسئله نوعی از یادگیری بسیار پیچیده است. مسئله و تلاش برای حل آن جزئی از زندگی هر فرد است. روند حل مسئله عبارت است از جست‌وجوی راه خروج از دشواری‌ها یا مسیر عبور از مانع‌ها، این است روند دستیابی به هدف که در آغاز کار چندان قابل دسترس به نظر نمی‌رسد. حل مسئله «عبارت است از فرایند شناختی - رفتاری که توسط خود فرد هدایت می‌شود و فرد سعی می‌کند با کمک آن راه‌حل‌های مؤثر یا سازگارانه‌ای برای مسائل زندگی روزمره خویش پیدا کند. به این ترتیب حل مسئله، یک فرایند آگاهانه، منطقی و هدفمند است (دوزوریل^۲ و نیزو^۳ ۲۰۰۱).

^۱ lester

^۲ Dzorilla

^۳ Nezu

حل مسئله، خاصیت ویژه‌ای از ذهن است و ذهن استعدادی است، خاص انسان؛ بنابراین حل مسئله را می‌توان به‌عنوان از خود ویژه‌ترین پدیده‌های فعالیت انسانی دانست. حل مسئله هنری عملی است، همچون شنا کردن، ورزش اسکی یا نواختن پیانو و این هنر را می‌توان یاد گرفت، تنها به شرطی که از سرمشق خوبی تقلید و دائماً تمرین کنیم (جرج پولیا، ۱۹۶۲).

شورای ملی معلمان ریاضی در سند اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه، حل مسئله را درگیر شدن در وظیفه، تکلیف و فعالیتی می‌داند که روش حل آن از پیش شناخته‌شده نیست. به این خاطر برای یافتن راه‌حل، دانش‌آموزان باید آن را از درون دانش خودشان بیرون بکشند و از مسیر این فرآیند آن‌ها اغلب درک و فهم‌های جدید ریاضی را رشد و توسعه خواهند داد. از این منظر حل کردن مسئله‌ها فقط یک هدف یادگیری ریاضی نیست، بلکه یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است. در یک تدریس موفق با توجه به شرایط، باید گاه آن را به‌عنوان هدف و گاه ابزار در نظر گرفت. (لستر ۲۰۱۳، نقل شده در ریحانی، ۱۳۹۵).

دانش‌آموزان باید فرصت‌های فراوان و متواتر برای صورت‌بندی کردن، گلاویز شدن و حل کردن مسائل پیچیده‌ای که نیازمند و مستلزم تلاش و کوشش است، داشته باشند و پس از آن ترغیب و تهییج شوند که روی تفکرشان بازتاب و عکس-العمل داشته باشند (ریحانی ۱۳۹۵).

استرنبرگ^۱ (۲۰۰۵) حل مسئله را این‌گونه تعریف می‌کند: حل مسئله شامل کار ذهنی برای غلبه بر موانعی است که سر راه دستیابی به هدف قرار دارد. از نظر استرنبرگ مراحل کلیدی حل مسئله عبارت‌اند از: تشخیص مسئله، تعریف و بازنمایی مسئله، تولید راهبرد، سازمان‌دهی اطلاعات، تخصیص منابع، نظارت و ارزیابی. در تجربه‌های روزانه، این مراحل ممکن است با انعطاف به کار روند. مراحل مختلف ممکن است تکرار شوند، خارج از زنجیره متوالی رخ دهند، یا به‌صورت تعاملی به اجرا درآیند (نقل در ریحانی، ۱۳۹۵).

افراد زیادی روی حل مساله کار کردند که از آن جمله می‌توان به جرج پولیا و نیومن اشاره کرد.

مدل حل مسئله پولیا:

جرج پولیا اولین کسی بود که در قرن بیستم به‌صورت کاملاً جدی به‌طور کلی روش‌های حل مسئله پرداخت. او کتابی تحت عنوان چگونه آن را حل کنیم در سال ۱۹۴۵ نوشت. (این کتاب در زبان فارسی به نام چگونه مسئله را حل کنیم ترجمه شد).

از نظر او برای یافتن جواب مسئله باید وضع خود را مکرر در مکرر تغییر دهیم. هنگامی که کار را آغاز می‌کنیم، طرز تصور ما نسبت به مسئله احتمالاً کامل نیست آنگاه که در راه‌حل مسئله اندکی پیش رفتیم نگرش دیگری پیدا خواهیم کرد و آن زمان که تقریباً به حل مسئله نزدیک شده‌ایم، باز هم طرز دید تازه‌ای خواهیم داشت. او در این کتاب برای حل یک مسئله چهار مرحله را پیشنهاد می‌دهد که در هر مرحله اعمالی باید انجام گیرد.

○ مرحله اول: فهمیدن

فهمیدن مسئله یعنی تشخیص داده‌ها و خواسته‌های آن و درک ارتباط بین آن‌ها. فهم یک مسئله در واقع بخش اصلی فرآیند حل مسئله است.

معلمان می‌توانند برای طی کردن این گام، سؤال‌های گوناگونی مطرح کنند مانند نمونه زیر:

- داده‌های مسئله چیست؟
- خواسته‌های آن کدام‌اند؟

^۱ Sternberg

- مسئله را به صورت خلاصه بیان کنید.
 - مسئله را به زبان و بیان خود توضیح دهید و دوباره تکرار کنید.
 - مسئله را به صورت نمایشی اجرا کنید.
 - مسئله را با شکل‌ها و یا اشیا مدل‌سازی کنید.
 - آیا معنی واژه‌ها، لغات و اصطلاحات به کاررفته در مسئله را می‌دانید؟
- مرحله دوم: طرح نقشه

در این مرحله طرح مسئله از ابعاد متفاوت ریاضی بررسی می‌شود؛ یعنی تعیین این که مسئله به کدام یک از شاخه‌های هندسه، کسر، جبر و ... مربوط است. چگونه می‌توان آن را مدل‌سازی کرد؟ کدام روش یا راهبرد برای حل آن مناسب‌تر است؟ در این مرحله ممکن است مجبور شویم به گام فهمیدن برگردیم و این رفت‌وبرگشت تا پیدا کردن یک راه حل مناسب ادامه می‌یابد.

○ اجرای نقشه

در گام سوم، وقتی راهبرد مناسب برای حل مسئله مشخص شد، به حل آن اقدام می‌کنیم، هنگام حل مسئله ممکن است به این نتیجه برسیم که راهبرد انتخاب شده مناسب نیست و به حل مسئله منجر نمی‌شود. بنابراین باید به گام دوم برگردیم و راهبرد تغییر دهیم. یا حتی مجبور شویم برای فهمیدن بخش‌های از مسئله به گام اول برگردیم.

○ بازگشت به عقب

در فرآیند حل مسئله گام نگاه به عقب اهمیت زیادی دارد. این مرحله جلوه‌ها و معنی‌های متفاوتی دارد. تفسیر و ترجمه جواب ریاضی مسئله در دنیای واقعی، بررسی منطقی بودن پاسخ و این که جواب به دست آمده همان خواسته مسئله است یا نه بررسی صحت عملیات انجام شده بررسی مجدد مراحل مسئله، تطبیق شرایط موردنظر مسئله با پاسخ به دست آمده، بررسی مسئله با یک راهبرد یا راه حل دیگر و در نظر گرفتن سایر حالت‌ها و شرایط برای مسئله، نمونه‌هایی از کارهایی هستند که می‌توان در گام آخر انجام داد.

روش پولیا نمی‌تواند بیان کند که خطای دانش آموز در چه مرحله ای رخ می‌دهد. در ادامه روش نیومن را برای این منظور بررسی می‌شود.

مدل سلسله مراتبی حل مسئله نیومن

بر طبق تحلیل خطای نیومن^۱ فراگیر برای حل یک مسئله باید بتواند سلسله مراحل زیر را به درستی طی کند.

(۱ خواندن (۲ درک کردن (۳ تبدیل (۴ پردازش (۵ کدگذاری.

تحلیل خطای نیومن چارچوبی را برای در نظر گرفتن دلایلی که مشکلات را به وجود می‌آورند و فرآیند کمک به معلمان برای تعیین قسمتی از سؤال که سوء تفاهم رخ داده است و استراتژی‌های مؤثر تدریس برای غلبه بر آن‌ها را فراهم می‌کند. (نقل در کلمنتش، التون ۱۹۹۶).

نیومن از این نظر که شکست در هر مرحله‌ای می‌تواند مسئله حل کن را از ادامه حل مسئله بازدارد، از واژه سلسله‌مراتبی استفاده کرد. (احمدلو و همکاران ۱۳۸۸). همچنین تحلیل خطای نیومن یک چارچوب برای توجه به ارائه دلایلی است که می‌تواند به معلمان برای یافتن جایی که دانش آموزان دچار سوء تفاهم در درک یا مشکل در حل یا مشکلات ساختاری از قبل هستند، کمک کند. (کلمنتش و التون ۱۹۹۶)

^۱ Newman's Error Analysis (NEA)

روش نیومن را می‌توان با یک نوع مصاحبه انجام داد. خطاهای دانش‌آموزان نیز می‌تواند در هر سطحی از حل مسئله رخ بدهد. (ناکومورا و همکاران، ۲۰۰۶) به نقل از نیومن بیان می‌کنند زمانی شخصی می‌تواند به حل درستی در مسئله دست یابد که بتواند بر تعدادی از موانع در مشکلات فهم ریاضی فائق آید که عبارت‌اند از: خواندن، درک مطلب، انتقال، مهارت‌های پردازش و رمزگذاری. وی این پنج مهارت ویژه را به‌عنوان عوامل بسیار مهم در حل مسئله ریاضی تعریف می‌کند. او از دانش‌آموزان درخواست کرد تا در حین تلاش برای حل مسئله این مراحل را انجام دهند:

(۱) سؤال را بخواند و اگر لغتی را نمی‌داند از آن صرف‌نظر کند.

(۲) آنچه را که سؤال از آن‌ها می‌خواهد را بازگو کند.

(۳) راه‌حل موردنظر را بیان کند.

(۴) در زمان حل مسئله با صدای بلند مراحل را که می‌خواهند به کار برند را بازگو کنند تا آزمایشگر به نحوه تفکرشان

پی‌برد.

(۵) پاسخ نهایی خود را یادداشت کنند.

انجام روش نیومن، همراه با یک مصاحبه همراه است که خطاهای دانش‌آموزان در هر مرحله ممکن است اتفاق بیفتد.

سه سطح اول مدل نیومن را می‌توان مربوط به سواد یا انتظارات مربوط به سواد دانست، درحالی‌که دو سطح بعدی بیشتر به ریاضیات می‌پردازد.

○ نمونه‌ای از فاکتورهای رخ دادن خطای نیومن از نظر پژوهشگران مختلف

پراکتیکی پونگ و ناکومورا (۲۰۰۶) خطاها را به‌صورت زیر تعریف می‌کنند:

(۱) خواندن: آیا دانش‌آموز می‌تواند سؤال را بخواند.

(۲) درک: آیا دانش‌آموز می‌تواند معنی سؤال را درک کند.

(۳) تبدیل: آیا دانش‌آموز می‌تواند عملیات یا روش مناسبی را انتخاب کند؟

(۴) پردازش: آیا دانش‌آموز می‌تواند محاسبات ریاضی را دقیق انجام دهد؟

(۵) رمزگذاری: آیا دانش‌آموز می‌تواند جواب مناسب ارائه دهد؟

در اینجا با توجه به اینکه موضوع این پژوهش، در مورد مسائل ترکیبیات است، مختصری درباره این مبحث توضیح داده

می‌شود.

○ ترکیبیات

مباحث ترکیبیات بسیار گسترده‌اند ولی اساس آن بر پایه روش‌های شمارش است درواقع «مسئله اساسی در ترکیبیات شمارش تعداد عناصر یک مجموعه متناهی است.» (ترکیبیات و جایگشت. ریچارد استنلی ۲۰۱۱). ولی به نظر می‌رسد که پس از آن، به تدریج که یادگیرنده به زمینه‌های «دشوارتر» ریاضیات، چون جبر، هندسه، مثلثات و حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌رسد توجه بسیار کمتری به گسترش بیشتر مفهوم شمارش مبذول می‌شود. مسئله شمردن محدود به حساب نیست. کاربردهایی نیز در زمینه چون حساب احتمالات و آمار (در ریاضیات) و در تحلیل الگوریتم‌ها (در علم کامپیوتر) دارد. از جمله (گارفیلد و آلگرن ۱۹۸۸) نشان می‌دهند که جایگشت و ترکیبیات بخش مهمی از دوره مقدماتی آمار در برخی از دانشگاه‌ها است و همچنین اساس مباحث ریاضی گسسته هستند. (راسن ۲۰۰۴ و ۲۰۱۱) نیز (به نقل از سوکوریاتو و همکاران ۲۰۱۶) تأکید می‌کند که اساس ریاضیات گسسته، ترکیبیات و جایگشت است... همچنین ترکیبیات در سطح پیشرفته‌تر در نظام‌های رمزنگاری

مورد استفاده قرار می‌گیرد. (سوکارینتو و همکاران ۲۰۱۶) تأکید می‌کنند که این کاربردها و تأثیرهای ترکیبات نشان می‌دهد که یادگیری مبانی ترکیبات و جایگشت، در مدارس بسیار مورد نیاز است.

ترکیبات یکی از شاخه‌های مهم و جذاب ریاضیات است و شمارش یکی از اصلی‌ترین موضوعات آن هست. شمارش به صورت یک‌به‌یک فرایندی است که دانش امور در ابتدای آشنایی با ریاضیات با آن مواجه می‌شود، ولی با آشنایی فرد با مسائل پیچیده تر به نظر می‌رسد که شمارش یک‌به‌یک در بسیاری موارد کافی نیست و نیاز به فن‌ها و مهارت‌های بیشتری از شمارش وجود دارد. فصل ۶ کتاب ریاضی پایه دهم به این مبحث اختصاص یافته است. این فصل، شامل سه درس است. در درس اول اصول جمع و ضرب مطرح می‌شوند که از مهم‌ترین پایه‌ها برای به دست آوردن فن‌های شمارش می‌باشند. در واقع با درک این دو اصل و بدون دانستن مفاهیم پیشرفته‌ای از ریاضیات، بسیاری سؤال‌های نه‌چندان ساده شیء و جایگشت n شمارش قابل حل هستند. در درس دوم با استفاده از مفهوم اصل ضرب، مفهوم جایگشت شیء بیان و تشریح می‌گردد و در درس سوم مفهوم ترکیب و مسائل مربوط به آن مطرح می‌شود.

در مباحث و مسائل ترکیباتی باید توجه شود که سطح دشواری سؤال‌ها می‌تواند با کوچک‌ترین تغییر در سؤال بسیار تغییر کند تا آنجا که بدون نیاز به دانستن مفاهیم پیشرفته در این موضوع و فقط با دانستن چند رابطه ساده اولی در ترکیبات، برای برخی مسائل پیچیده ترکیباتی که بعضاً در آزمون‌های المپیاد نیز مطرح شده‌اند، می‌توان حل ارائه نمود. لذا بهتر است معلم همواره سطح سختی سؤال‌ها را کنترل نماید و مسائلی طرح کند که دانش آموزان برای حل آن با چالشی مواجه شوند که با توجه به مفاهیم آموزش داده شده و با کمی تفکر قابل حل باشند و حل آن‌ها برای دانش آموزان غیرقابل دسترس نباشد.

تحقیقات بسیاری در حوزه تحلیل خطای نیومن انجام شده که نشان‌دهنده نوع خطا در پایه‌های مختلف و مباحث مختلف ریاضی بوده‌اند ولی تحقیقی در ارتباط با تأثیر به کارگیری مدل حل مسئله پولیا روی کاهش خطای نیومن دانش آموزان در مسائل ترکیباتی مشاهده نشده است. از جمله تحقیقات می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

اسد نژاد و یافتیان (۱۳۹۵) در تحقیق خود نشان دادند بیشتر خطاهای دانش آموزان در سه سطح اول یعنی خواندن و درک و تبدیل شکل می‌گیرد. واحد پور (۱۳۹۶) در پژوهشی در حل مسائل کلامی مربوط به معادلات خطی بر اساس تحلیل خطای نیومن به این نتیجه رسید که حدود ۷۰ درصد خطاها در پسران و حدود ۷۷ درصد در دختران مربوط به مراحل خواندن و درک کردن است.

مجدی و مالیر (۱۳۹۵) در پژوهشی در پایه چهارم که شامل دو مسئله کلامی بود، به این نتیجه رسیدند که بیشتر خطاها در سطح تبدیل رخ داده است. درکی (۱۳۹۲) باهدف بررسی خطاهای دانش آموزان پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بر اساس الگوی تحلیل خطاهای نیومن، به این نتیجه رسید که بالاترین میانگین خطا در بین دانش آموزان، مربوط به خطای درک با ۲۴/۷ درصد، کم‌ترین خطا با ۳/۵ درصد فراوانی مربوط به خطای تبدیل در بین دانش آموزان بوده است.

در زمینه ترکیبات، رضایی (۱۳۹۴) پژوهشی تحت عنوان نقش استدلال‌های ترکیباتی در آموزش ریاضی دانشگاهی انجام داد که در آن استفاده از استدلال‌های ترکیباتی در آموزش، به عنوان آخرین گام شناخته شده در تفکر ترکیباتی، مورد مطالعه قرار گرفته است.

جی‌ها (۲۰۱۲) در پژوهشی در پایه چهارم به این نتیجه رسید که بیشتر خطاهای دانش آموزان در درک و تبدیل و کمترین خطا در خواندن رخ داده است. روهما و ساتیارسو (۲۰۱۷) پژوهشی روی دانش آموزان دبیرستانی انجام داد که در پایان بیش از چهار درصد خطاها مربوط به خواندن بیش از ۱۷ درصد مربوط به درک کردن بیش از ۳۴ درصد مربوط به تبدیل حدود ۲۴ درصد مربوط به پردازش و ۱۹ درصد مربوط به کدگذاری است. سوکارینتو و همکاران (۲۰۱۶) تحقیقی تحت عنوان

خطاهای دانش آموزان در حل مسائل ترکیباتی بر اساس مدل پولیا انجام دادند که نتایج نشان داد که آنها در درک این سوالات مشکل دارند.

پرسش تحقیق

آیا به کارگیری مدل حل مسئله پولیا در کاهش خطای نیمه دانش آموزان در حل مسائل ترکیبات تأثیر دارد؟

روش تحقیق

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر اجرا شبه تجربی با دو گروه آزمایش و گواه است. جامعه آماری تحقیق دانش آموزان سال دهم رشته ریاضی مدارس دولتی پسرانه مناطق مارلیک و سرآسیاب از شهرستان ملارد استان تهران به تعداد ۱۰۰ نفر می باشد.

نمونه به صورت در دسترس انتخاب شده است. یک کلاس از دبیرستان دهخدا و دیگری از دبیرستان شهید ثمری انتخاب شد. با اعمال و در نظر گرفتن متغیر کنترل، افرادی که در کلاس های آمادگی و فوق برنامه شرکت می کنند و یا در خانه تحت آموزش قرار گرفته اند، از دو گروه خارج شدند و در نهایت دو گروه ۲۰ نفری همسان با توجه به نمرات نوبت اول برای آزمایش و گواه باقی انتخاب گردید و سپس دو گروه تحت پیش آزمون در موضوع ترکیبات به روش نیمه قرار گرفتند و همسان بودن دو گروه تأیید شد. سپس گروه آزمایش تحت آموزش مدل حل مسئله پولیا به مدت ۴ جلسه یک ساعته قرار گرفتند. همچنین فصل مورد نظر برای دانش آموزان گروه گواه یک بار دیگر به روش سنتی تدریس شد.

یافته های تحقیق

○ تجزیه و تحلیل توصیفی داده ها

گروه ها از جهت پیش آزمون و پس آزمون با یکدیگر و با گروه دیگر مقایسه شده اند.

جدول ۱. مقایسه گروه های گواه و آزمایش در پیش آزمون

نوع خطا	گروه گواه - مجموع ۹۰				گروه آزمایش - مجموع ۹۳				کد گذاری
	خواندن	تبدیل	برداشتن	کدگذاری	خواندن	تبدیل	برداشتن	کدگذاری	
فراوانی	۰	۲۷	۲۳	۵	۳۳	۳۰	۲۲	۸	
درصد فراوانی	۰	۳۱	۲۵	۶	۳۵	۳۲	۲۳	۱۰	

جدول ۱ نشان می دهد که تعداد کل خطاها در گروه گواه ۹۰ و در گروه آزمایش این تعداد برابر ۹۳ است که نشان دهنده همسانی دو گروه است. تعداد خطاهای دو کلاس در هر سطح نسبتاً به یکدیگر نزدیک هستند و اندک تفاوت موجود بین خطاهای دو گروه کاملاً قابل قبول است، تعداد خطاهای خواندن در هر دو گروه برابر صفر است که این مسئله با توجه به ماهیت مسائل ترکیبات کاملاً منطقی به نظر می رسد. در گروه گواه میزان خطای درک کردن حدود ۳۸ درصد است در حالی که در گروه آزمایش این مقدار حدود ۳۵ درصد است. در گروه گواه میزان خطا در سطح تبدیل ۳۱ درصد است و در گروه آزمایش

این مقدار حدود ۳۲ درصد هست. در مجموع مقدار خطا در سطح درک کردن و تبدیل برای گروه گواه ۶۹ درصد و برای گروه آزمایش حدود ۶۷ درصد است که با توجه به پیشینه ذکر شده از تحلیل خطای نیومن منطقی به نظر می‌رسد. در گروه گواه در سطح پردازش مقدار خطا ۲۵ درصد و در گروه آزمایش آن مقدار به ۲۳ درصد می‌رسد. در گروه گواه خطای کدگذاری حدود ۶ درصد و در گروه آزمایش این مقدار حدود ۱۰ درصد به دست آمده است.

جدول ۲. مقایسه گروه‌های گواه و آزمایش در پس‌آزمون

گروه آزمایش - مجموع ۷۳					گروه گواه - مجموع ۸۸					
کد گذاری	پردازش	تبدیل	درک کردن	خواندن	کدگذاری	پردازش	تبدیل	درک کردن	خواندن	نوع خطا
۹	۲۵	۱۹	۲۰	۰	۶	۲۱	۲۹	۳۲	۰	فراوانی
۱۳	۳۴	۲۶	۲۷	۰	۷	۲۴	۳۳	۳۶	۰	درصد فراوانی

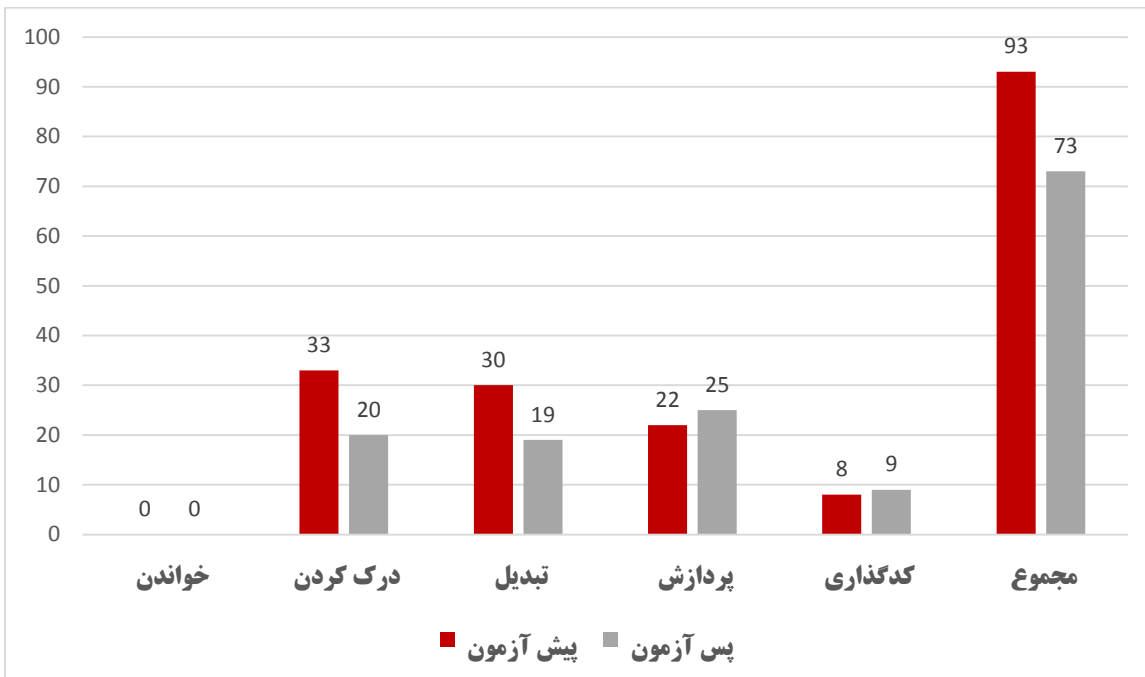
جدول ۲ نشان می‌دهد که تعداد خطاهای گروه آزمایش در پس‌آزمون ۷۳ هست که نسبت به پیش‌آزمون که این تعداد ۹۳ خطا بود کاهش ۲۰ درصدی داشته است. در حالی که برای گروه گواه تعداد کل خطاها از ۹۰ به ۸۸ رسیده است که تغییرات دودرصدی را نشان می‌دهد. در پس‌آزمون هم مانند پیش‌آزمون خطای خواندن رخ نداده است که با توجه به ماهیت سؤالات کاملاً منطقی به نظر می‌رسد. در گروه گواه مانند پیش‌آزمون بیشترین خطا در سطح درک کردن و سپس در تبدیل رخ داده است در سطح درک کردن درصد خطا از ۳۸ درصد به ۳۶ درصد رسیده است. در تبدیل درصد خطا ۳۳ درصد شده است و در مجموع این دو سطح درصد خطا تقریباً تغییری نکرده است؛ یعنی با وجود کاهش مقدار از خطای کل، ولی در گروه آزمایش این بار بیشترین خطا در پردازش اتفاق می‌افتد. در گروه گواه مجموعاً حدود ۶۹ درصد خطاها در دو سطح درک و تبدیل رخ داده است که تغییر خاصی نسبت به پیش‌آزمون رخ نداده است در حالی که در گروه آزمایش مجموع خطاها در دو سطح درک و تبدیل حدود ۵۳ درصد است که کاهش حدود ۱۵ درصدی را نسبت به پیش‌آزمون نشان می‌دهد.

جدول ۳. مقایسه پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش

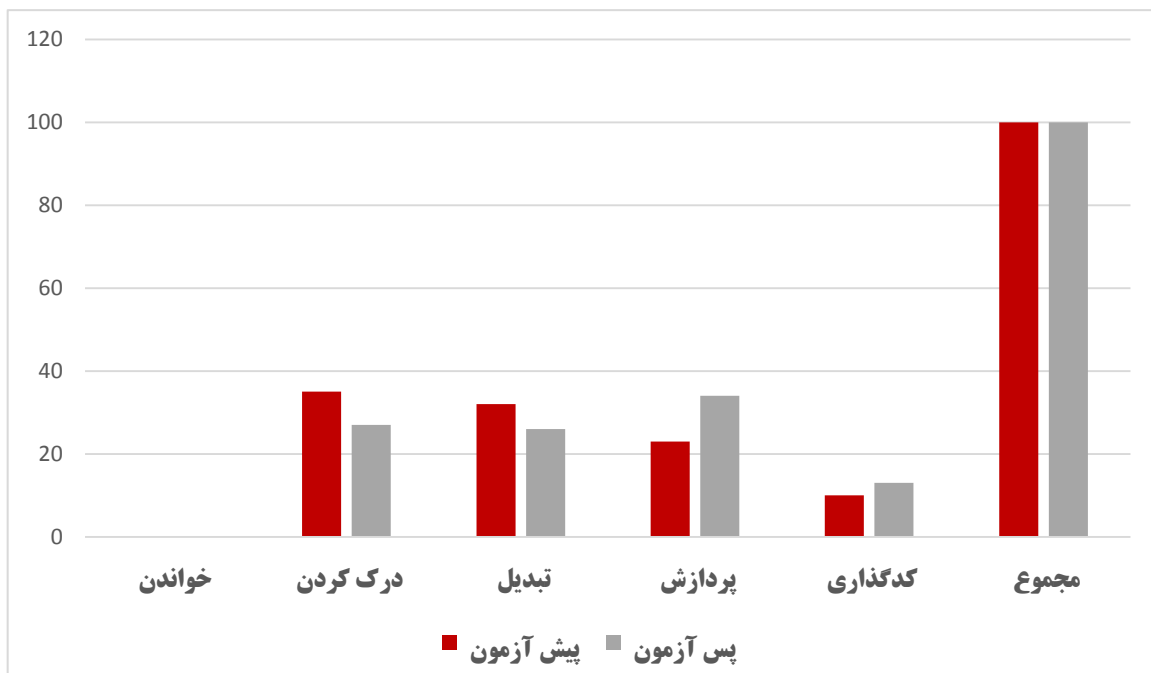
پس‌آزمون گروه آزمایش - مجموع ۷۳					پیش‌آزمون گروه آزمایش - مجموع ۹۳					
کد گذاری	پردازش	تبدیل	درک کردن	خواندن	کدگذاری	پردازش	تبدیل	درک کردن	خواندن	نوع خطا
۹	۲۵	۱۹	۲۰	۰	۸	۲۲	۳۰	۳۳	۰	فراوانی
۱۳	۳۴	۲۶	۲۷	۰	۱۰	۲۳	۳۲	۳۵	۰	درصد فراوانی

در جدول ۳ نتیجه‌گیری حاصل از داده‌های دو آزمون گروه آزمایش نشان می‌دهد که بعد از به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا، خطاهای دانش‌آموزان در درک کردن و تبدیل کاهش زیادی یافته است و درصد خطاها بیشتر در سطح پردازش اتفاق افتاده است. درصد خطا درک کردن از ۳۵ درصد به ۲۷ درصد و تبدیل از ۳۲ به ۲۶ درصد کاهش می‌یابد و مجموع این دو خطا از ۶۷ درصد به ۵۳ درصد کاهش یافت. در مجموع به نظر می‌رسد که مقداری به خطای پردازش و کدگذاری اضافه شده است که این امر به آن دلیل است که دانش‌آموزان مراحل اولیه را با موفقیت بیشتری طی کردند و سپس مقداری بیشتری از سؤالات در سطح پردازش یا کدگذاری به خطا برخورد کرده‌اند. این امر با توجه به خصوصیت سلسله‌مراتبی تحلیل خطای نیومن منطقی است.

نمودار ۱. نمودارهای مقایسه‌ای تعداد خطاهای گروه آزمایش در پیش آزمون و پس آزمون



نمودار ۲. مقایسه درصد خطاهای گروه آزمایش در پیش آزمون و پس آزمون



با توجه به نمودار او مقایسه بین داده‌های به دست آمده نتیجه گرفته می‌شود که درصد خطاها در سطح درک و تبدیل به طور قابل ملاحظه کاهش یافته است. همچنین در حالت کلی نیز تعداد خطاها کاهش داشته است ولی در قسمت پردازش تعداد خطاها مقدار کمی افزایش داشته است. این امر به دلیل آن است که به کارگیری مدل حل مسئله پولیا توانسته به دانش امور کمک کند تا مرحله تبدیل موفقیت بیشتری داشته باشد ولی از پردازش به بعد به دلیل نیاز به پایه قوی تر ریاضی و ضعف دانش آموزان در این قسمت دانش امور متوقف شده‌اند.

با توجه به جدول ۲ و ۳ درصد خطا درک کردن در پیش‌آزمون گروه آزمایش ۳۵ درصد و در گروه گواه برابر ۳۸ درصد بود بعد از انجام تدریس سنتی در گروه گواه و آموزش مدل پولیا در گروه آزمایش، مقدار این خطا در گروه آزمایش برابر ۲۷ درصد و در گروه گواه این مقدار ۳۶ درصد است.

در جدول ۲ و ۳ درصد خطای تبدیل در پیش‌آزمون گروه آزمایش ۳۲ درصد و در گروه گواه ۳۱ درصد بود ولی بعد از آموزش، این مقدار در گروه گواه به ۳۳ و در گروه آزمایش به ۲۶ درصد رسید.

این مطلب نشان می‌دهد که تدریس بیشتر برای گروه گواه توانست اندکی در درک کردن مسئله تأثیرگذار باشد ولی درباره گروه آزمایش این تأثیرگذاری در هر دو سطح درک کردن و تبدیل بسیار زیاد بوده است.

تحلیل استنباطی داده‌ها

جدول ۴. بررسی همسانی واریانس‌ها برای دو گروه در پیش‌آزمون

متغیرها	سطح معنی داری
خطای خواندن	-
خطای درک	۰/۳
خطای تبدیل	۰/۷۱۳
خطای پردازش	۰/۳۹۳
خطای کدگذاری	۰/۰۸۸
مجموع خطاها	۰/۴۰۹

در جدول ۴ همسانی واریانس‌ها برای مراحل که سطح معناداری بزرگ‌تر از ۰/۰۵ دارند تأیید می‌شود. در مورد خطای خواندن چون همه داده‌ها مقدار ثابت صفر است با اطمینان همسانی برقرار است ولی نرم‌افزار جواب نمی‌دهد.

جدول ۵. بررسی معناداری کاهش خطا در پس‌آزمون گروه آزمایش نسبت به گروه گواه بر اساس آزمون یو

نوع خطا	سطح معنی داری
خواندن	۱/۰۰۰
درک کردن	۰/۰۰۲
تبدیل (انتقال)	۰/۰۳۱
مهارت‌های پردازشی	۰/۲۱۷
کدگذاری (نوشتاری)	۰/۶۰۳
مجموع خطای همه مراحل نیومن	۰/۰۰۳

در جدول ۵ باید اعداد را بر ۲ تقسیم کنید سپس هر کدام کمتر از ۰/۰۵ شد یعنی کاهش خطا در آن مرحله معنادار است بنابراین فقط کاهش خطای مراحل درک و تبدیل معنادار است.

پاسخ به سؤال تحقیق

آیا به کارگیری مدل حل مسئله پولیادرا کاهش خطای نیمون دانش آموزان در حل مسائل ترکیبیات تأثیر دارد؟
با توجه به یافته ها، می توان نتیجه گرفت که خطای خواندن در هر دو آزمون صفر بوده که با توجه به اینکه ماهیت این سؤالات به گونه ای است که کمتر موارد ریاضی در آن به چشم می خورد و بیشتر به زبان فارسی مربوط است منطقی به نظر می رسد.

خطای درک و تبدیل با توجه به تمرکز دانش آموزان روی مراحل فهمیدن و طراحی نقشه کاهش قابل ملاحظه داشته است. خطای درک کردن در پیش آزمون ۳۳ خطا از بین ۹۳ خطا معادل ۳۵ درصد بود ولی در پس آزمون این تعداد به ۲۰ از ۷۳ رسید که معادل ۲۷ درصد بود که نشان دهنده کاهش قابل ملاحظه هست.

در سطح تبدیل تعداد خطا در پیش آزمون برابر ۳۰ از ۹۳ معادل ۳۲ درصد بود در حالی که در پس آزمون این تعداد ۱۹ خطا از بین ۷۳ خطا معادل ۲۶ درصد بود که نشان دهنده کاهش قابل ملاحظه خطاهای این مرحله در پس آزمون بود که بنابراین می توان نتیجه گرفت به کارگیری مدل حل مسئله پولیا تأثیر بسیار زیادی روی کاهش خطای نیمون در مراحل درک و تبدیل داشته است.

به عبارت دیگر در پیش آزمون ۳۳ درصد خطا در این دو مرحله اتفاق می افتاد ولی در پس آزمون این مقدار به ۴۷ درصد رسید و این نشان می دهد که ضمن اینکه تعداد کل خطا در پس آزمون کاهش یافته، درصد بیشتری از سؤالات به مراحل پایانی رسیده اند.

نتایج پیش آزمون نشان داد که حدود ۷۰ درصد خطاها در دو مرحله درک کردن و تبدیل انجام شده است که مطابق با نتایج تحقیقات نیمون از جمله احد پور (ذکر شده در پیشینه) می باشد. همچنین این مقدار خطا با تحقیق ماریانس و کلمنتس (۱۹۹۰) (ذکر شده در پیشینه) مطابقت دارد.

منابع

- ۱) احدپور، اسرافیل (۱۳۹۶) تحلیل خطای دانش آموزان دختر و پسر پایه هشتم در حل مسائل کلامی معادلات خطی بر اساس الگوی نیومن، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فرهنگیان، واحد تربیت معلم شهید بهشتی تهران.
- ۲) اسدنژادپروج، سمیه و یافتیان، نرگس (۱۳۹۵). ارزیابی خطاهای دانش آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومنی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز،
- ۳) پولیا، جرج (۱۹۴۵) چگونه مسئله را حل کنیم. ترجمه احمد آرام. انتشارات کیهان ۱۳۶۶
- ۴) راستی زاده، عنایت الله (۱۳۹۲) بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطای دانش آموزان پسر سال اول دبیرستان شهر شیراز بر اساس مدل نیومن. پایان نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران.
- ۵) رضایی، مانی. ۱۳۹۴. نقش استدلال‌های ترکیبیات در آموزش ریاضی دانشگاهی.
- ۶) سلطانی دزکی، سمیه. (۱۳۹۲) بررسی خطاهای دانش آموزان دختر پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بر اساس الگوی تحلیل خطاهای نیومن. پایان نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد، دانشگاه پیام نور اصفهان، دانشکده علوم انسانی، گروه علوم تربیتی.
- ۷) سیف، علی اکبر (۱۳۸۷) روانشناسی پرورشی نوین، روانشناسی یادگیری و آموزش. تهران. نشر دوران.
- ۸) صابری، مجتبی. (۱۳۹۶). تحلیل خطاهای دانش آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن در شهرستان سمیرم. پایان نامه کارشناسی ارشد. مرکز آموزش عالی شهید بهشتی
- ۹) کلمنتش ؛ الرتون، (۱۹۹۶) پژوهش در آموزش ریاضی: گذشته، حال و آینده. ترجمه امیرحسین آشنا، (۱۳۹۳). انتشارات اندیشه آفرینش
- ۱۰) مجدی، زهرا. مالیر، سمانه و آشنا امیرحسین (۱۳۹۵) تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش آموزان کلاس چهارم ابتدایی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز،
- ۱۱) شریعتمداری، علی، نراقی مریم، قنبری، نسرين (۱۳۹۰)، بررسی نقش بازی‌های آموزشی بر یادگیری مفاهیم آموزش و مقایسه اعداد ریاضی دانش آموزان دختر پایه اول ابتدایی شهرری، علوم رفتاری، دوره ۳، شماره ۹.
- ۱۲) همتی نسب، مریم. (۱۳۹۲). شناخت بدفهمی‌های رایج حدو پیوستگی و تاثیر آموزش رفع این بدفهمی‌ها در بهبود عملکرد این مفاهیم در دانش آموزان، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشکده ریاضی و مهندسی کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- ۱۳) یورگنسن، دال، ۲۰۱۱، آموزش ریاضی در دبستان ترجمه آشنا، امیرحسین. چاپ ۱۳۹۵. انتشارات بینش نو.
- ۱۴) Jinfa Cai (۲۰۰۶). Looking Back in Problem Solving
- ۱۵) Leslie White, Allan. Numeracy, (۲۰۱۰) Literacy and Newman's Error Analysis. Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia
- ۱۶) Felix Lazebnik. (۲۰۰۶) Combinatorics and Graph Theory I (Math ۶۸۸). Problems and Solutions.
- ۱۷) Stephan Wagner. . Version: July ۲۰۱۱ Combinatorics
- ۱۸) Richard P. Stanley. . (version of ۱۵ July ۲۰۱۱) Enumerative Combinatorics. second edition
- ۱۹) Sukoriyanto^۱, Toto Nusantara^۱, Subanji^۱ & Tjang Daniel Chandra^۱ (۲۰۱۶) Students' Errors in Solving the Permutation and Combination Problems

Based on Problem Solving Steps of Polya... Department of Mathematics, FMIPA, Universitas Negeri Malang, Indonesia

۲۱) JankaMelusova (۲۰۱۵)) Strategies for Solving Combinatorial Problems

۲۰) Gagne, m.R. (۱۹۸۵). The conditions of learning and theory of instruction.

۲۱) Jha, S. K. (۲۰۱۲). « Mathematics Performance of Primary School Students in Assam (India) An Analysis Using Newman Procedure». International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences

۲۲) Lester, F. K. (۱۹۹۴). Musings about mathematical problem solving research: ۱۹۷۰-۱۹۹۴. *Journal for Research in Mathematics Education*

۲۳) Rohmah, Mushlihah & Sutiarto, Sugeng. (۲۰۱۷). Analysis Problem Solving in Mathematical Using Theory Newman, Lampung University (Peoples' Friendship University of Lampung), Lampung, INDONESIA